

Е.М.ГЕРШЕНЗОН
Н.Н.МАЛОВ

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

**ЭЛЕКТРИЧЕСТВО
И МАГНЕТИЗМ**



**Е.М.ГЕРШЕНЗОН
Н.Н.МАЛОВ**

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

**Допущено Министерством про-
свещения СССР в качестве учеб-
ного пособия для студентов фи-
зико-математических факультетов
педагогических институтов**

**МОСКВА
«ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1980**

ББК 22.33

Г 42

Рецензенты: кафедра общей физики Омского государственного педагогического института имени А. М. Горького; Пеннер Д. И., профессор, зав. кафедрой теоретической физики Владимирского педагогического института.

Гершензон Е. М., Малов Н. Н.

Г 42 Курс общей физики: Электричество и магнетизм. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.— М.: Просвещение, 1980.— 223 с., ил.

В книге изложены вопросы электростатики и постоянного электрического тока, природа электропроводимости, явления электромагнетизма и электромагнитной индукции, теория Максвелла, переменный ток и электромагнитные волны, магнитные свойства вещества. Особое внимание уделено объяснению физического смысла изучаемых явлений.

Г 60602—608
103 (03)—80 41—80 4309021100

ББК 22.33
537

ПРЕДИСЛОВИЕ

В первой части курса, посвященной механике, изучались законы движения макроскопических тел и взаимодействие между ними. Природа взаимодействий рассматривалась очень кратко, однако было отмечено, что они сводятся к двум фундаментальным взаимодействиям—гравитационному и электромагнитному. Было также указано, что эти взаимодействия описываются при помощи соответствующих полей (гравитационного, электромагнитного), причем статическое (независимое от времени) гравитационное поле было рассмотрено в 11-й главе «Механики».

Понятия, связанные с электрическим и магнитным полями, были использованы в отдельных примерах, известных из курса физики средней школы.

Изучение свойств электромагнитного поля и поведения вещества в этом поле составляет предмет этой книги и отчасти «Оптики и атомной физики».

Электрические и магнитные явления в данном пособии рассматриваются практически без учета статистических закономерностей, присущих большому числу заряженных частиц, и их особенностей, требующих квантовомеханического подхода. К этим вопросам мы вернемся в последующих частях курса.

1.1. ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

Макроскопические тела, гравитационное взаимодействие которых практически незаметно (малые массы), при некоторых влияниях на них обнаруживают заметное взаимное притяжение или отталкивание. Так, при трении некоторых тел друг о друга (точнее, при их соприкосновении, так как трение лишь увеличивает число соприкасающихся элементов поверхности) оба тела, например стекло и кожа, начинают притягиваться друг к другу, или, как называют это свойство, «электризуются». При этом электризация стекла является (по определению, имеющему чисто условный характер) положительной, а кожи — отрицательной. Если же, например, эбонит тереть о шерсть, то он электризуется отрицательно, а шерсть — положительно. Тела, сохраняющие электризацию только в местах соприкосновения, называют *изоляторами (диэлектриками)*; если же электризация распространяется по всей поверхности тела, то тело называют *проводником*. Проводниками служат большинство металлов; диэлектриками — такие твердые тела, как янтарь, фарфор, пластмассы, а также некоторые жидкости и газы.

Под влиянием различных факторов электрические свойства тела могут изменяться, — например, при освещении или нагревании газ приобретает проводящие свойства. Есть и такие вещества, у которых в зависимости от внешних условий (температуры, примесей и т. д.) электрические свойства изменяются очень резко — практически от диэлектрических до проводящих. Их называют *полупроводниками*.

Притяжение или отталкивание наэлектризованных тел объясняется существованием электрических зарядов и электрического поля, появляющегося одновременно с зарядами. Сначала мы рассмотрим равновесное состояние, т. е. тот случай, когда заряд можно считать покоящимся, а поле — не зависящим от времени (электростатическим).

Как показывает опыт, при электризации заряды не порождаются, а лишь разделяются и перераспределяются между физическими телами. Можно утверждать, что и при соприкосновении двух разноименно заряженных проводников, когда внешнее проявление зарядов полностью или частично исчезает, мы имеем дело не с исчезновением зарядов, но таким их перераспределением, при котором они не создают заметных внешних эффектов. Итак, заряды не созда-

ются, а лишь перераспределяются, так что в замкнутых системах всегда выполняется закон сохранения электрических зарядов: алгебраическая сумма электрических зарядов в замкнутой системе постоянна.

Под *замкнутой системой* при этом понимается такая изолированная система, через границы которой не проникает никакое вещество, но поле (например, свет) может проникать через эти границы.

В особых (не электростатических) условиях заряженные частицы рождаются при взаимодействии света с веществом или исчезают, порождая свет. Но при этом заряды обоих знаков всегда появляются (или исчезают) в равных количествах, так что закон сохранения электрического заряда — один из основных законов природы — остается справедливым и для этих явлений.

1.2. ЗАКОН КУЛОНА. ВЕКТОР НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Первый количественный закон электрических взаимодействий был установлен Ш. Кулоном (1736—1806) в конце XVIII в. Для измерения силы взаимодействия между заряженными телами Кулон использовал крутильные весы, при этом он опирался на гениально простую догадку: при соприкосновении заряженного проводящего шарика с таким же незаряженным заряд между ними распределится поровну. Таким образом, можно было изменять заряд в 2, 4 и т. д. раз. Кроме того, Кулон допустил, что шарики взаимодействуют так, как если бы их заряды находились в центрах шаров, что позволило ему сформулировать закон взаимодействия точечных зарядов (такая же идеализация была применена Ньютоном при изучении сил тяготения).

Экспериментально установленный закон Кулона утверждает, что два точечных заряда Q_1 и Q_2 , находящиеся в практически неограниченной однородной диэлектрической среде на расстоянии R друг от друга (рис. 1.1), взаимодействуют с силами, равными

$$\vec{F}_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon} \frac{\vec{R}}{R^3} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0} \frac{\vec{R}}{R^3} = -\vec{F}_2. \quad (1.1)$$

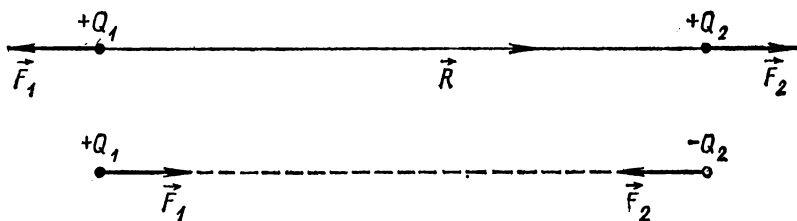


Рис. 1.1

В СИ единицей заряда является к у л о н (Кл); это производная единица; с основной единицей — единицей силы тока, а м п е р о м (А), — кулон связан соотношением

$$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}.$$

1 Кл — очень большая единица измерения; электростатика обычно имеет дело с зарядами, в миллионы раз меньшими. Позже мы увидим, что наименьший (элементарный) электрический заряд, известный в настоящее время — заряд электрона, — равен

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

В уравнение (1.1) значения зарядов входят с их знаками; разноименные заряды притягиваются, одноименные — отталкиваются¹.

Величина ϵ_0 называется *электрической постоянной вакуума*. Она равна

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}.$$

В § 1.8 мы получим для наименования ϵ_0 гораздо более простое выражение, чем приведенное выше.

ϵ — это безразмерная величина; ее называют *относительной диэлектрической проницаемостью* диэлектрика; $\epsilon > 1$, т. е. безграничный диэлектрик всегда ослабляет взаимодействие (по сравнению с вакуумом, для которого $\epsilon = 1$).

Электризация макроскопических тел вызывается перераспределением электронов. Об этом следует помнить, хотя при формальном описании это обстоятельство не всегда подчеркивается.

Разделив силу, испытываемую зарядом Q_2 , помещенным в точке A , на его значение (с учетом знака заряда), мы, как и в учении о гравитации, получим векторную характеристику точки A поля, связанного с зарядом Q_1 :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_2}. \quad (1.2)$$

Эта величина называется *напряженностью электростатического поля* в рассматриваемой точке. Направление вектора \vec{E} совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Графически электростатическое поле можно изобразить при помощи линий вектора напряженности, подобно тому как мы это делали в случае поля тяготения.

Существенное различие свойств обоих полей заключается в том, что линии напряженности поля тяготения всегда направлены

¹ На рисунке 1.1 и последующих рисунках точечные положительные заряды изображаются черными кружками, отрицательные — белыми.

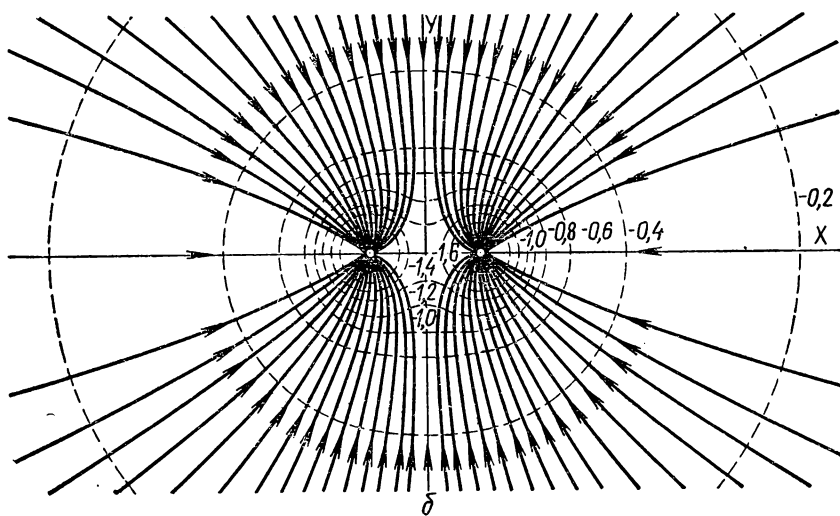
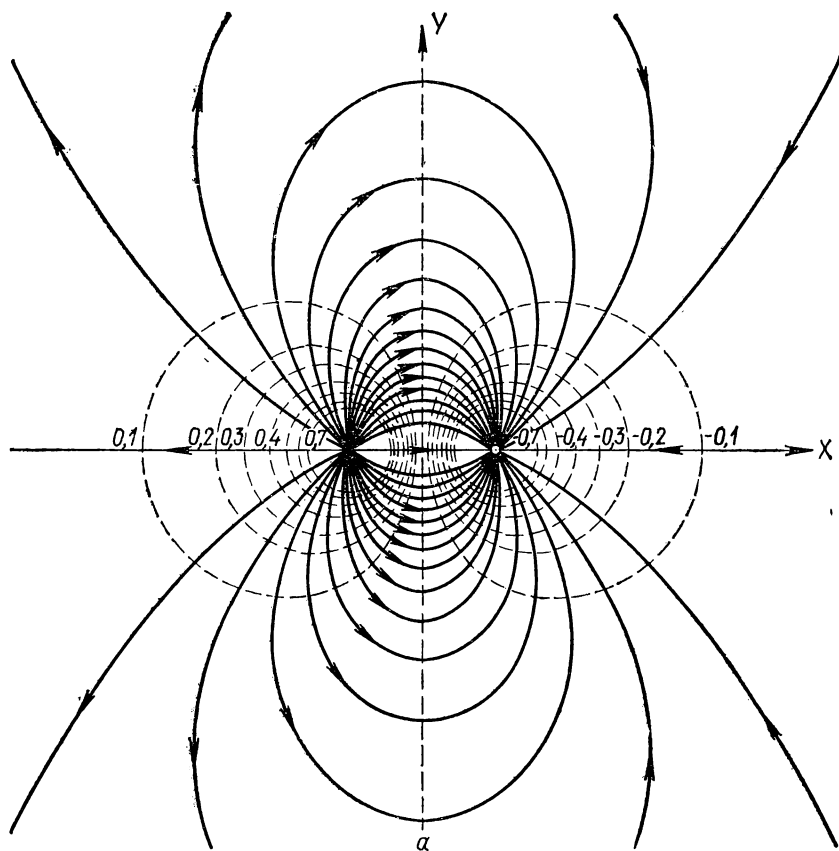


Рис. 1.2

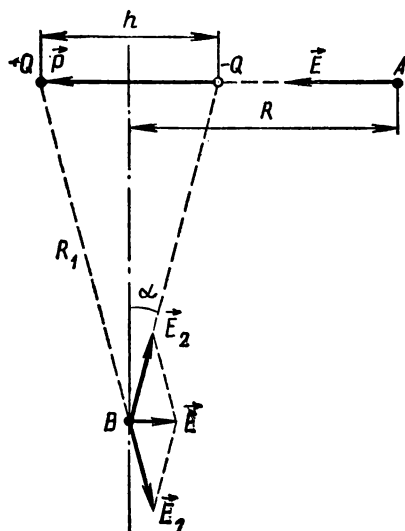


Рис. 1.3

к массам, связанным с этими полями, а линии напряженности электрического поля могут быть направлены как к зарядам (отрицательным), так и от зарядов (положительных). Кроме того, сила, действующая в электростатическом поле на отрицательный заряд, противоположна напряженности.

Линии напряженности поля двух равных по модулю разноименных точечных зарядов, расположенных на оси x , показаны на рисунке 1.2, а; линии напряженности поля двух равных одноименных (отрицательных) точечных зарядов представлены на рисунке 1.2, б.

Пространственная картина поля получится при вращении рисунков вокруг осей абсцисс. О значении пунктирных кривых будет сказано в § 1.5.

Следует особо подчеркнуть, что эти картины определяют действие, испытываемое в поле данных зарядов третьим (положительным) зарядом, но не взаимодействие основных зарядов. Так, отталкивание одноименных зарядов не отражено на рисунке 1.2, б.

Для точечного заряда в безграничной однородной и изотропной среде напряженность поля равна

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{\vec{R}}{R^3}. \quad (1.3)$$

Кулоновские силы (и напряженности) подчиняются принципу наложения. Поэтому напряженность поля, обусловленного системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, созданных отдельными зарядами.

Практический интерес представляет поле диполя, т. е. системы двух равных по модулю зарядов: Q и $-Q$ — расположенных на расстоянии h , малом по сравнению с расстоянием до интересующих нас точек.

Для точек, расположенных на оси диполя (рис. 1.3), получаем:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{Q}{\left(R - \frac{h}{2}\right)^2} - \frac{Q}{\left(R + \frac{h}{2}\right)^2} \right] \approx \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{2Qh}{R^3}.$$

Для точек, расположенных на перпендикуляре к оси диполя,

проходящем посредине между зарядами, находим:

$$E = 2E_1 \sin \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Qh}{R_1^2 2R_1} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qh}{R^3},$$

где R — расстояние от оси диполя до точки B . Можно показать, что и для всех точек поля (при $R \gg h$)

$$E \sim \frac{1}{R^3}. \quad (1.4)$$

Существенно, что напряженность электростатического поля убывает, как третья степень расстояния. Величина

$$\vec{p} = Qh$$

называется *электрическим моментом* диполя. Электрический момент диполя — вектор, направленный по оси диполя от его отрицательного заряда к положительному.

Рассматривая взаимодействие двух диполей, расположенных вдоль одной прямой на достаточно большом расстоянии друг от друга, легко найти, что сила взаимодействия их обратно пропорциональна четвертой степени расстояния. Эта зависимость сохраняется и для других относительных положений диполей.

Напряженность поля, созданного электрическим квадруполем (рис. 1.4), в достаточно удаленных точках убывает пропорционально четвертой степени расстояния, а сила взаимодействия удаленных квадруполей обратно пропорциональна пятой степени расстояния.

При увеличении числа диполей, образующих симметричную систему (при этом они расположены в пространстве так, что положительный заряд окружен отрицательными), напряженность внешнего поля системы (мультиполя) убывает с расстоянием тем быстрее, чем больше диполей входит в систему.

Полный электрический момент подобных систем очень мал, и его часто можно считать равным нулю. Именно поэтому многие симметричные молекулы не создают заметного электрического поля уже на расстояниях, сравнимых с их размерами. Несимметричные молекулы (например, молекулы воды) обладают заметным электрическим моментом.

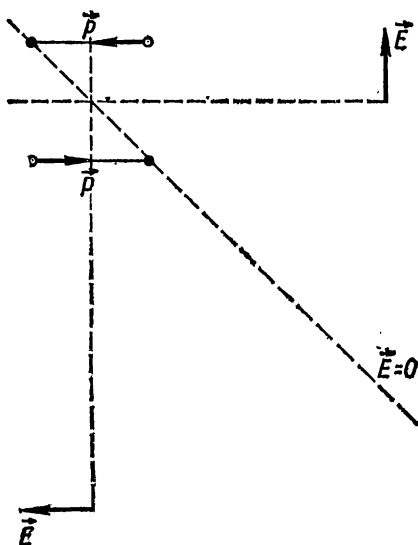


Рис. 1.4

1.3. ТЕОРЕМА ОСТРОГРАДСКОГО — ГАУССА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОЛЕЙ. ВЕКТОР ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СМЕЩЕНИЯ

В принципе закон Кулона позволяет рассчитать поле любой системы зарядов, т. е. найти его напряженность в любой точке. Но на практике во многих случаях задача упрощается, если воспользоваться теоремой Остроградского — Гаусса для потока Φ_E вектора напряженности через произвольную замкнутую поверхность. Эта теорема для электростатического поля справедлива только в однородной среде; ее можно записать в следующем виде:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int E_n dS = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \Sigma Q_i, \quad (1.5)$$

где $d\vec{S}$ — вектор, направленный по внешней нормали, E_n — проекция вектора \vec{E} на направление внешней нормали, Q_i — заряды, расположенные внутри поверхности.

Возможны три случая обращения в нуль потока вектора напряженности:

а) алгебраическая сумма внутренних зарядов равна нулю, $\vec{E} \neq 0$;

б) зарядов внутри поверхности нет, но есть поле, связанное с внешними зарядами, $\vec{E} \neq 0$;

в) нет ни поля, ни внутренних зарядов.

Если заряды распределены по объему диэлектрика с объемной плотностью ρ , то теорема Остроградского — Гаусса записывается в виде

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_V \rho dV,$$

где dV — элемент объема (внутри поверхности).

Эта теорема, позволяющая легко рассчитывать напряженности полей симметрично распределенных зарядов, минуя расчеты при помощи закона Кулона, является следствием наложения полей. Действительно, пусть все заряды Q_i сосредоточены внутри замкнутой поверхности S . На элементе поверхности dS заряды создают соответственно напряженности \vec{E}_i , причем полная напряженность \vec{E} равна

$$\vec{E} = \Sigma \vec{E}_i.$$

Найдем теперь поток вектора напряженности \vec{E} через замкнутую поверхность S . По определению имеем:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \Sigma \int_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S} = \Sigma \Phi_{E_i}.$$

Итак, благодаря наложению полей, при котором напряженности

суммируются геометрически, соответствующие потоки векторов напряженности суммируются алгебраически.

Пользуясь результатами, полученными в «Механике» (гл. 11), мы сразу же получаем:

1. Поле положительного точечного заряда симметрично относительно точки, в которой он расположен, и характеризуется напряженностью, направленной по радиусам, проведенным из этой точки, и равной

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{\vec{R}}{R^3}, \quad (1.6)$$

т. е. подчиняется закону Кулона, как это и должно быть. (Для отрицательного заряда вектор \vec{E} направлен к этой точке.)

2. Таким же закономерностям подчиняется поле заряженного металлического шара (во внешнем пространстве), так как заряд на шаре распределяется равномерно по поверхности (рис. 1.5). Для металлического шара радиусом R_0 напряженность поля на поверхности равна

$$E_{\text{пов}} = \frac{Q}{4\pi R_0^2} \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (1.7)$$

где σ — *поверхностная плотность* заряда. Выражение (1.7), как мы увидим дальше, имеет общий характер.

Внутри проводящего вещества напряженность электростатического поля равна нулю (в противном случае заряды двигались бы и электростатического состояния еще не было бы). Поле отсутствует также в полости любого проводящего тела, если в ней нет зарядов.

3. Напряженность поля, созданного равномерно заряженным диэлектрическим шаром, внутри шара нарастает линейно от центра к периферии, а снаружи описывается уравнением (1.6).

Заряды, расположенные на поверхности тел, могут находиться в статическом состоянии, но невозможно существование системы свободных заряженных частиц, находящихся в устойчивом равновесии (*теорема Ирншоу*). Докажем эту теорему (доказательство от противного). Пусть точечный заряд, входящий в систему зарядов, находится в состоянии устойчивого равновесия, тогда напряженности внешнего поля в его окрестностях должны быть везде направлены к нему (в случае положительного заряда) или от него (для отрицательного), чтобы при любом возможном перемещении заряд возвращался в исходное положение (рис. 1.6).

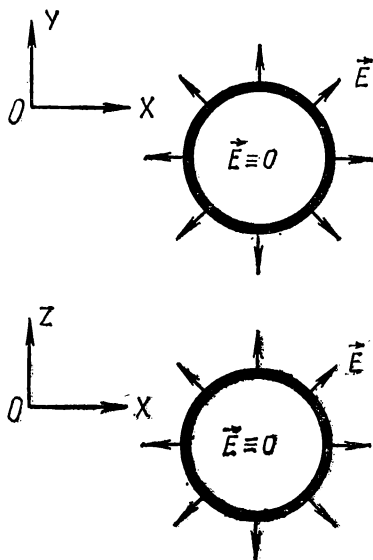


Рис. 1.5

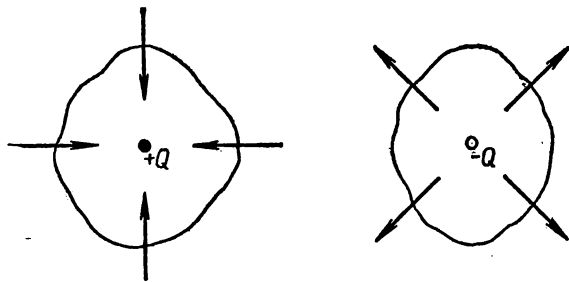


Рис. 1.6

Если заряд очень мал и не искажает поля других зарядов, то можно окружить его столь малой поверхностью, чтобы она не содержала других зарядов. Удалив теперь этот заряд, мы получили бы картину, противоречащую теореме Остроградского — Гаусса, так как поток вектора \vec{E} оказался бы отличным от нуля, хотя внутри поверхности нет никаких зарядов. Следовательно, требуемая конфигурация поля невозможна.

Если заряд искажает поле, то доказательство теоремы более сложное.

Можно предположить, что при движении в электростатическом поле заряды могут оказаться в состоянии динамического равновесия. Так, электрон может вращаться вокруг положительного заряда, причем сила Кулона будет сообщать ему необходимое центростремительное ускорение (как сила тяготения при движении Луны вокруг Земли). Однако и это предположение ошибочно, так как ускоренно движущийся заряд должен излучать электромагнитные волны, а потому энергия системы не может оставаться постоянной (к этому вопросу мы вернемся в атомной физике).

Практический интерес представляет поле, созданное длинной равномерно заряженной проволокой (цилиндром) радиусом R_0 (рис. 1.7). Выбрав поверхность интегрирования в виде коаксиального цилиндра радиусом R и высотой h и введя *линейную плотность* заряда

$$\lambda = \frac{Q}{h},$$

убеждаемся, что в силу симметрии напряженность на боковой поверхности цилиндра везде одинакова по модулю и направлена по радиусам, а поток через основания отсутствует. Поэтому

$$E \cdot 2\pi R h = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} h \lambda,$$

откуда

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon \epsilon_0 R}. \quad (1.8)$$

Итак, напряженность поля меняется как первая степень расстоя-

ния. На поверхности проволоки снова получаем:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 R_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Найдем теперь напряженность поля безграничной плоской металлической пластины, лежащей в координатной плоскости xu (рис. 1.8). Пусть пластина равномерно заряжена. Введем *поверхностную плотность* заряда:

$$\sigma = \frac{Q}{2S}$$

(здесь мы учли, что пластина имеет две стороны и заряд распределен по обеим сторонам пластины).

В качестве поверхности интегрирования выберем поверхность параллелепипеда, две грани которого площадью S параллельны заряженной пластине.

Вследствие симметрии поток вектора напряженности отличен от нуля лишь для граней 1 и 2, поэтому

$$2ES = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{2\sigma S}{\epsilon\epsilon_0},$$

откуда

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (1.9)$$

Если вообразить две параллельные пластины, имеющие равную по модулю плотность зарядов противоположных знаков, то, пользуясь принципом суперпозиции, получим:

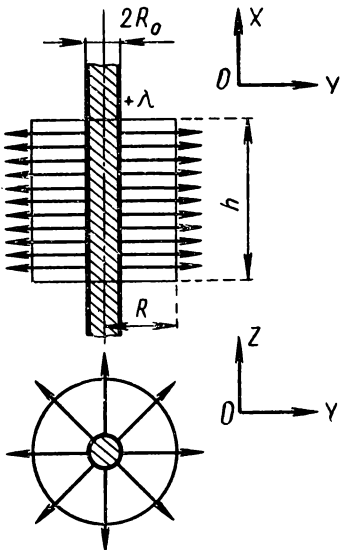


Рис. 1.7

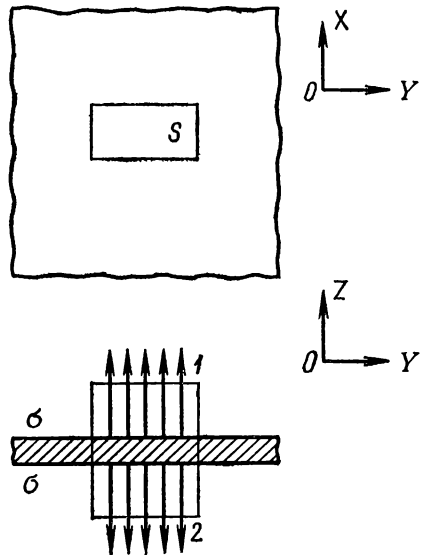


Рис. 1.8

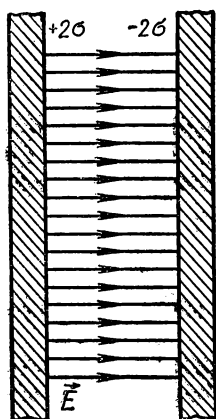


Рис. 1.9

а) для поля между пластинами:

$$E = \frac{2\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma_1}{\epsilon\epsilon_0}; \quad \sigma_1 = 2\sigma, \quad (1.10)$$

б) для поля снаружи пластин:

$$\vec{E} = 0.$$

Это можно истолковать и как результат перераспределения зарядов: они собираются на обращенных друг к другу сторонах пластин (рис. 1.9) с поверхностной плотностью:

$$\sigma_1 = 2\sigma.$$

Напряженности, определяемые выражениями (1.9) и (1.10), не зависят от расстояния и одинаковы во всех точках. Такие поля называются *однородными*.

Конечно, реальных бесконечных проволок и пластин не бывает. Полученные формулы сохраняют значение для областей, достаточно близких к заряженным телам (расстояние до исследуемой точки поля должно быть много меньше линейного размера заряженного тела).

Распределение линий напряженности можно получить на опыте, поместив электроды той или иной формы в жидкий диэлектрик (вазелиновое масло) и насыпав на поверхность масла мелкий диэлектрический порошок (хинин). Частицы порошка при этом располагаются примерно вдоль линий напряженности (причины этого будут выяснены в § 1.9).

Если пространство, окружающее заряженные тела, заполнено различными диэлектриками, то теорема Остроградского — Гаусса теряет силу, так как на границах раздела двух диэлектриков (с разными диэлектрическими проницаемостями) претерпевает разрыв нормальная составляющая вектора напряженности, входящая в выражение (1.5).

Действительно, из закона Кулона следует, что

$$E_{n1} : E_{n2} = \epsilon_2 : \epsilon_1,$$

где индексы 1 и 2 относятся к двум граничащим средам. В этом случае, кроме напряженности, пользуются другой характеристикой электростатического поля — *электрическим смещением* \vec{D} . Смещение связано с напряженностью \vec{E} в каждой точке поля соотношением

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}. \quad (1.11)$$

В однородных изотропных средах оба вектора параллельны друг другу. Поэтому на границе раздела двух диэлектриков нормальная

составляющая вектора смещения \vec{D}_n не терпит разрыва:

$$\vec{D}_{n1} = \vec{D}_{n2}.$$

Для потока вектора смещения теорема Остроградского — Гаусса записывается так:

$$\Phi_D = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \Sigma Q_{\text{вн}}, \quad (1.12)$$

причем она применима и в случае, когда пространство заполнено различными диэлектриками. Здесь справа стоит сумма зарядов $Q_{\text{вн}}$, внесенных в объем, ограниченный поверхностью S . Эти заряды называются также *свободными* (их можно внести и вынести).

Пользуясь выражением (1.12), можно найти модуль вектора смещения в интересующей нас точке, а от него перейти к напряженности.

Электрическое смещение, как видно из определяющей формулы (1.11), измеряется в тех же единицах, что и поверхностная плотность электрического заряда — в кулонах на квадратный метр (Кл/м^2). Глубокий физический смысл смещения выяснится постепенно — в § 1.9 и особенно при изучении теории Максвелла (гл. 9.)

1.4. ЭЛЕКТРОН. ОПЫТ МИЛЛИКЕНА

Рассмотрим теперь частный, но важный вопрос о строении электрического заряда. При формулировке закона Кулона на значения зарядов не накладывается никаких ограничений. Более того, неявно допускается, что заряд может изменяться непрерывно. В действительности, однако, существует наименьший заряд, точное значение которого было найдено в начале XX в. Р. Милликенom. Идея его классических опытов весьма проста. В однородном поле напряженностью \vec{E} , линии которого вертикальны, находится микроскопическая капля жидкости, несущая случайный заряд Q . На каплю действуют следующие силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и архимедова сила $m_1\vec{g}$ (m и m_1 — соответственно массы капли и вытесненного ею воздуха); сила жидкого трения $\vec{F}_{\text{тр}} = -r\vec{v}$ (\vec{v} — скорость капли); кулоновская сила $Q\vec{E}$. При установившемся движении эти силы уравновешиваются. В скалярной форме условие равновесия сил запишется так:

$$(m - m_1)g + QE - rv = 0.$$

При изменении заряда капли (под действием рентгеновских лучей) на ΔQ изменяется и скорость ее движения. Предыдущее уравнение заменяется таким:

$$(m - m_1)g + (Q + \Delta Q)E - r(v + \Delta v) = 0.$$

При этом массу капли можно считать неизменной. Из этих двух урав-

нений можно найти изменение заряда. Милликен показал, что оно всегда кратно некоторой величине e :

$$\Delta Q = ne; \quad n = 1, 2, 3,$$

где минимальный заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Этот заряд (отрицательный) присущ элементарной частице — электрону, входящему в состав всех атомов вещества. Равный и противоположный по знаку заряд связан обычно с ядром атома водорода — протоном, являющимся составной частью ядер всех атомов. При определенных условиях положительный заряд — положительный электрон — может кратковременно существовать в свободном виде.

В большинстве реальных опытов с макроскопическими заряженными телами, имеющими заряд, на много порядков превышающий e , заряд можно считать непрерывно изменяющимся (подобно тому, как мы считаем массу непрерывной, хотя прекрасно знаем, что она дискретна).

Была определена и масса покоящегося (вернее, медленно движущегося) электрона. Она оказалась равной $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, что почти в 2000 раз меньше массы атома водорода. При разгоне до скоростей, близких к скорости света, наблюдается резкое увеличение массы электрона в полном соответствии с предсказаниями теории относительности.

Может возникнуть предположение, что при больших скоростях движения и заряд изменяется. Но оно не соответствует действительности. Электроны в атомах движутся с большими скоростями. Если бы заряд зависел от скорости, то атомы не были бы нейтральны. Однако весьма тонкие опыты показали, что, например, атомы водорода и гелия нейтральны с фантастической точностью: их суммарный заряд не превышает 10^{-20} части элементарного заряда (такова возможная ошибка лучших опытов). Поэтому можно считать заряд не зависящим от скорости.

Сравним силу гравитационного взаимодействия двух электронов с силой их кулоновского взаимодействия в вакууме. Считая электрон точечным зарядом и задав расстояние между электронами, получаем:

$$F = G \frac{m_0^2}{R^2}; \quad F_k = 9 \cdot 10^9 \frac{e^2}{R^2}.$$

Отношение этих сил

$$\frac{F_k}{F} = \frac{9 \cdot 10^9 e^2}{G m_0^2} \approx 10^{43}$$

весьма велико. Поэтому часто говорят, что гравитационные взаимодействия гораздо слабее кулоновских. Но при образовании нейтральных систем зарядов кулоновское взаимодействие их с такими же системами ослабевает, а гравитационное растет по мере увеличения массы. Например, при расчете движения небесных тел решающую

роль играет именно гравитационное, а не кулоновское взаимодействие, хотя небесные тела и могут нести некоторый заряд.

Действительно, допустим, что Солнце несет заряд Q , а планета — Q_i . Их массы соответственно равны M и m_i . Условие движения планеты по окружности вокруг Солнца (радиус R_i , период T_i) запишется так:

$$G \frac{M m_i}{R_i^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_i}{R_i^2} = m_i \frac{4\pi^2}{T_i^2} R_i.$$

Отсюда получается:

$$G m_i \left[M + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 G} \frac{Q_i}{m_i} \right] = m_i \frac{4\pi^2}{T_i^2} R_i^3,$$

и третий закон Кеплера $\left(\frac{R_i^3}{T_i^2} = \text{const} \right)$ выполнялся бы только при совершенно невероятном условии:

$$\frac{Q_i}{m_i} = \text{const},$$

т. е. при пропорциональности заряда планеты ее массе.

Следовательно, если планеты и Солнце и несут заряд, то кулоновское взаимодействие исчезающе мало по сравнению с гравитационным. То же, как правило, относится к любым (специально не заряженным) макроскопическим телам.

1.5. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

Продолжим изучение свойств электростатического поля. Рассмотрим работу электростатических сил при перемещении заряда $+Q$ из одной точки поля в другую по произвольному пути $1A2$ (рис. 1.10):

$$A = Q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = Q \int_1^2 E_t dl,$$

где E_t — проекция вектора \vec{E} на направление $d\vec{l}$.

Как и в случае гравитационного поля, эта работа зависит только от положения начальной и конечной точек пути перемещения, но не от его формы, т. е. поле является потенциальным:

$$A_1 = \int_{1A2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{1B2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\Delta W = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (1.13)$$

где $-\Delta W$ — убыль потенциальной энергии единичного положительного заряда, переносимого в поле, φ_1 , φ_2 — потенциалы начальной и конечной точек траектории.

Поэтому можно написать

$$A = Q (\varphi_1 - \varphi_2) = QU_{12}. \quad (1.14)$$

Таким образом, в электростатическом поле работа электростати-

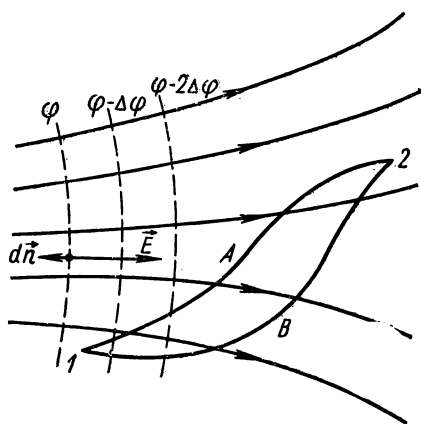


Рис. 1.10

ческих сил зависит от разности потенциалов U_{12} начальной и конечной точек пути. Единицей потенциала и разности потенциалов служит вольт (В):

$$1В = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}}.$$

Работа электростатических сил по любому замкнутому пути равна нулю:

$$A = Q \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (1.15)$$

Напомним, что этот интеграл называется *циркуляцией вектора напряженности*. Обращение циркуляции вектора в нуль означа-

ет, что в электростатическом поле нет замкнутых линий напряженности: они начинаются и кончаются на зарядах (соответственно положительных или отрицательных) или же уходят в бесконечность. Итак, электростатическое поле является *безвихревым*.

В электростатическом поле можно построить (см. рис. 1.10) поверхности, содержащие точки равного потенциала (*эквипотенциальные поверхности*). Пересечения эквипотенциальных поверхностей с плоскостью чертежа показаны пунктиром. Линии напряженности нормальны к этим поверхностям. Докажем это. Если перемещать заряд вдоль эквипотенциальной поверхности, то работа будет равна нулю. Но напряженность поля на поверхности может быть отлична от нуля. Поэтому из определения элементарной работы

$$dA = Q \vec{E} \cdot d\vec{l} = QE dl \cos(\widehat{\vec{E}, d\vec{l}})$$

следует, что при $\vec{E} \neq 0$, $dl \neq 0$ должно быть:

$$\cos(\widehat{\vec{E}, d\vec{l}}) = 0, \text{ т. е. } \vec{E} \perp d\vec{l},$$

причем вектор $d\vec{l}$ направлен по касательной к поверхности. Следовательно, во всех точках поверхности равного потенциала напряженность \vec{E} параллельна нормали к этой поверхности. В частности, поверхность проводника в электростатическом поле всегда эквипотенциальна — мы видели это при расчете полей симметричных проводников при помощи теоремы Остроградского — Гаусса.

На рассмотренном нами рисунке 1. 2, а, б пунктирные кривые представляют сечения эквипотенциальных поверхностей плоскостью чертежа. Числа, стоящие около кривых, определяют значения потенциала (в относительных единицах); при этом потенциал бесконечно удаленных точек принят равным нулю.

Как и для гравитационного поля, напряженность электростатического поля связана с потенциалом соотношением

$$\vec{E} = - \operatorname{grad} \varphi = - \frac{d\varphi}{dn} \frac{\vec{n}}{n}, \quad (1.16)$$

где производная берется по нормали к эквипотенциальной поверхности, т. е. в направлении быстрейшего изменения потенциала. При этом положительная нормаль направлена в сторону увеличения потенциала, а вектор напряженности — в сторону его уменьшения (см. рис. 1.10).

Из формулы (1.16) видно, что напряженность поля можно выражать в вольтах на метр.

Конечно, и потенциалы подчиняются принципу суперпозиции: потенциалы, создаваемые в данной точке различными зарядами, складываются алгебраически.

1.6. ПОТЕНЦИАЛЫ НЕКОТОРЫХ ПОЛЕЙ. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Найдем потенциалы, характеризующие различные электростатические поля, пользуясь выражением (1.13).

В поле точечного заряда (или снаружи заряженного шара) разность потенциалов есть

$$U = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{dR}{R^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Приняв потенциал на бесконечности равным нулю, получаем:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{1}{R}.$$

Для поля, созданного заряженной проволокой (уравнение 1.8),

$$\varphi = \int \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 R} dR = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln R + \text{const}. \quad (1.17)$$

Здесь нельзя считать потенциал бесконечно удаленных точек равным нулю, так как сама проволока считается бесконечно длинной. Поэтому постоянная остается неопределенной, но это не создает практических неудобств, так как всегда важна лишь разность потенциалов.

В поле, созданном двумя заряженными плоскостями, удобно принять за нуль потенциал плоскости, несущей отрицательный заряд, и отсчитывать расстояние x по нормали к этой плоскости. Тогда потенциал точек поля (расположенных между пластинами) равен

$$\varphi = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} x. \quad (1.18)$$

При решении практических задач за нуль часто принимают потенциал земли.

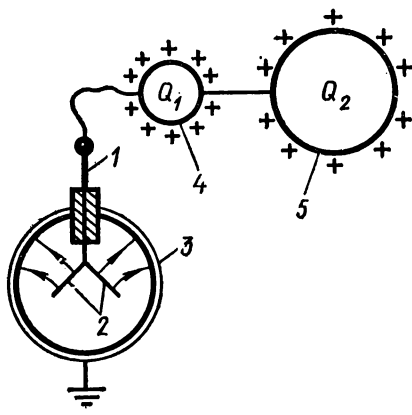


Рис. 1.11

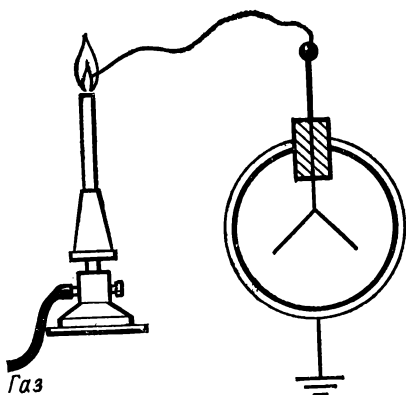


Рис. 1.12

Для измерения разности потенциалов в электростатике применяются различные электрометры. Принцип работы электрометра можно уяснить на простейшем — стрелочном — электрометре. Металлический стержень 1 (рис. 1.11) соединен с металлическими стрелками 2. Стержень изолирован от корпуса 3, обычно соединяемого с землей. При подключении головки стержня к какому-либо заряженному проводнику, стержень и стрелки приобретают потенциал проводника. Между корпусом и стрелками устанавливается разность потенциалов, поэтому под действием электростатического поля заряженные стрелки отклоняются до тех пор, пока момент электрической силы не сравняется с моментом силы тяжести. Если увеличивать заряд тела, то будет пропорционально расти и его потенциал, а с ним и отклонение электрометра. Но при соединении электрометра с любым из проводников (4 и 5), соединенных друг с другом, его показание будет определяться потенциалом этих тел (одинаковым), хотя заряды тел различны, если различны их размеры и форма.

Чтобы измерить потенциал в каких-либо точках электростатического поля, нужно сделать проводящими области вокруг них и поместить туда проволочку, ведущую к электрометру. Это можно сделать, например, поместив проволочку в небольшое газовое пламя; перемещая его вокруг заряженного тела, можно найти точки равного потенциала (рис. 1.12). Картина эквипотенциальных поверхностей, построенных через равные природы потенциала, столь же наглядно характеризует поле, как и картина линий напряженности: чем гуще располагаются поверхности, тем сильнее поле в данной области.

Так как при разделении зарядов приходится совершать некоторую работу, то электростатическое поле (или система заряженных тел) должно обладать запасом энергии — электростатической энергией. Чтобы оценить ее значение, вообразим две заряженные плоскости, расположенные бесконечно близко друг к другу. При

поверхностной плотности зарядов $\pm\sigma$ поле между плоскостями имеет напряженность

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Разведем плоскости на расстояние h . На заряд, находящийся на плоскости, действует поле заряда, находящегося на другой плоскости; напряженность его поля равна $E_1 = \frac{E}{2} = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$ (так как сам на себя заряд не действует). Поэтому работа по перемещению заряда, сосредоточенного на поверхности площадью S , равна

$$A = \frac{\sigma^2}{2\epsilon\epsilon_0} Sh = \frac{Q^2 h}{2\epsilon\epsilon_0 S} = \frac{1}{2} QU;$$

она и определяет электростатическую энергию: $A = W$.

Но энергию можно представить и так:

$$W = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 Sh,$$

где Sh — объем части пространства, занятого полем.

В первом случае мы сосредоточиваем внимание на зарядах и приписываем им энергию, равную совершенной работе. Во втором случае мы сосредоточиваем внимание на поле и приписываем энергию каждому элементу объема поля. При этом плотность энергии поля равна:

$$w = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2. \quad (1.19)$$

В электростатике обе точки зрения допустимы, но вторая, как мы увидим, более плодотворна.

Выражение (1.19) справедливо и для неоднородных полей.

Согласно теории относительности, единице объема поля, как обладающей энергией, следует приписать массу

$$m = \frac{w}{c^2} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{c^2}.$$

Эта масса настолько мала (по сравнению с массой проводников, несущих заряды), что обнаружить ее на опытах чрезвычайно трудно. Действительно, даже в вакууме ($\epsilon=1$) трудно создать поле с напряженностью, превышающей $E=10^7$ В/м. При этом получится:

$$m \approx 10^{-14} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

1.7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАРЯДА НА ПРОВОДНИКЕ

Проводник в собственном поле. В § 1.3 мы выяснили, что электростатическое поле нельзя создать свободными зарядами, так как равновесие их невозможно. Поэтому приходится пользоваться за-

ряженными проводниками, ограничивающими свободу движения зарядов: они не могут покинуть поверхности проводника. Рассмотрим, как распределяются заряд и потенциал на заряженном проводнике, находящемся в своем собственном поле. Мы уже видели, что потенциал на поверхности проводника должен быть постоянен, иначе не будет электростатического состояния. Очевидно, такой же потенциал имеют точки внутри проводника и в его полости, так как там отсутствует поле:

$$\vec{E}_{\text{внут}} = 0, \quad \varphi_{\text{пов}} = \varphi_{\text{внут}}. \quad (1.20)$$

В этом легко убедиться, соединив электрометр с проводником и перемещая соединительный провод (не отрывая его от заряженного проводника!), при этом показания прибора не изменяются.

Потенциал на внутренней поверхности проводника можно измерить, сделав в полом проводнике небольшое отверстие; через него провод, ведущий к электрометру, соединяется с внутренней поверхностью проводника.

Заряд на поверхности проводника может распределиться неравномерно. Так, если проводник образован двумя шарами, соединенными проволокой, то при равенстве их потенциалов:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_1}{\epsilon\epsilon_0} R_1 = \frac{\sigma_2}{\epsilon\epsilon_0} R_2$$

заряды должны относиться, как радиусы шаров, а поверхностные плотности — обратно пропорционально радиусам. Для проверки этого вывода будем касаться разных точек проводника малым проводящим шариком и переносить приобретенный им заряд на электрометр. Приближенно можно принять, что шарик приобретает заряд, пропорциональный местной плотности заряда. Опыт показывает, что с шара меньшего радиуса передается больший заряд.

Так как заостренный конец проводника представляет участок с очень малым радиусом кривизны, то на острие поверхностная плотность (и, следовательно, напряженность поля у острия) очень велики. В сильном поле воздух может потерять свои изолирующие свойства — образующиеся ионы будут притягиваться к проводнику (ионы противоположного знака) и отталкиваться от него (ионы того же знака, каким заряжен проводник). Поэтому заряд на проводнике будет уменьшаться. Так как на практике такая утечка часто вредна, то в промышленных установках избегают заостренных проводников. Но в качестве молниеотвода — заземленного устройства, предохраняющего строение или установку от удара молнии, применяются заостренные проводники, возвышающиеся над защищаемым объектом; в этом случае вероятность того, что разряд молнии произойдет в области самого сильного поля, т. е. через острие молниеотвода, велика. Если окружить некоторый объем проводящей оболочкой, соединенной с землей, то потенциал оболочки будет постоянен и внешние поля не будут влиять на процессы внутри

оболочки, — такова идея электростатической защиты, предложенной Фарадеем. Как известно, Фарадей проделал такой опыт: он входил с электрометром внутрь большой клетки, стенки которой были сделаны из густой проволоочной сетки. При сильной электризации клетки прибор внутри нее никаких показаний не давал, а экспериментатор ничего не ощущал: защита была вполне надежна.

Весьма поучителен опыт с двумя пластинами (рис. 1.13, а), из которых одна соединена с электрометром, другая — с землей. Кроме того, к ним подключен источник постоянной разности потенциалов U . При изменении расстояния между пластинами показания электрометра не меняются. Это понятно, так как разность потенциалов принудительно поддерживается постоянной. Но при сближении пластин напряженность поля (будем считать его однородным), равная

$$E = \frac{U}{h} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0},$$

возрастает. Это объясняется тем, что за счет действия источника увеличивается поверхностная плотность заряда. Если же производить опыт без источника разности потенциалов, предварительно сообщив системе некоторый заряд Q (в дальнейшем он не изменится!), то при сближении пластин показание электрометра падает (но восстанавливается, если пластины вновь развести). Здесь заряд (и, следовательно, напряженность поля) во время опыта не меняется. Но при сближении пластин уменьшается разность потенциалов. А электрометр реагирует именно на нее (рис. 1.13, б).

Стремление заряда, сообщенного проводнику, распределиться по его внешней поверхности, использовано в ускорителе заряженных частиц Ван-де-Граафа. Ускоритель представляет собой большой (несколько метров в поперечнике) полый шар, в котором сделано небольшое отверстие. Бесконечная диэлектрическая лента электризуется снизу и несет небольшие заряды вверх, на внутреннюю поверхность шара; но это состояние не является равновесным, и под действием возникшего в проводнике электрического поля заряд переходит на внешнюю поверхность шара, увеличивая его потенциал. Таким образом, малые порции заряда постепенно электризуют шар. Так как радиус шара велик, то шар приобретает небольшую поверхностную плотность заряда (и, следовательно, поле у поверхности слабое) при большом потенциале на поверхности. Таким

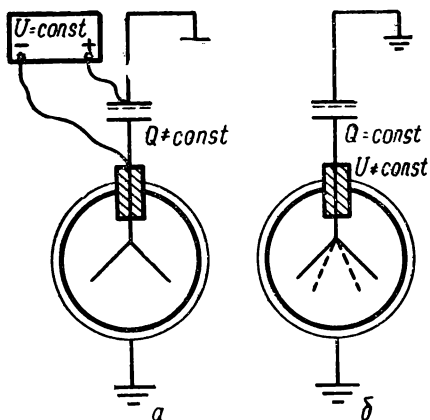


Рис. 1.13

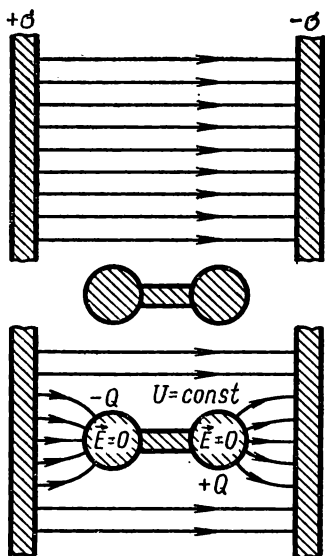


Рис. 1.14

образом можно получать потенциалы порядка миллионов вольт. В частности, этот прибор использовался для ускорения заряженных элементарных частиц. В настоящее время преимущественно используются другие (неэлектростатические) методы ускорения, не требующие высоких потенциалов, но дающие гораздо больший эффект.

Проводник во внешнем поле. Рассмотрим поведение проводника в поле, связанном с посторонним заряженным телом. Внесем в электростатическое поле (рис. 1.14, а) незаряженный проводник, состоящий из двух шаров, соединенных проволокой (рис. 1.14, б). Так как линии поля не перпендикулярны поверхности проводника, то касательные составляющие вектора напряженности у поверхности проводника приведут его свободные заряды (электроны) в движение;

перераспределение зарядов создает внутри и вне проводника дополнительное наведенное (индуцированное) поле напряженностью \vec{E}_n . Равновесие наступит, когда внутри проводника суммарная напряженность обратится в нуль, а вне его линии поля станут перпендикулярны поверхности проводника (рис. 1.14, в). При этом проводник приобретает постоянный потенциал. Как видно из рисунка 1.14, в, на противоположных концах проводника скапливаются заряды противоположных знаков. Если разделить проводник на две части, убрав соединительную проволоку, то можно обнаружить (удалив проводники из поля или унеся источник поля), что обе половинки проводника заряжены разными по знаку зарядами. Если их снова соединить, то заряды исчезнут; следовательно, они возникали в равных количествах в соответствии с законом сохранения заряда.

Это явление называют *электростатической индукцией*. Так как при такой постановке опыта не все линии начального поля перехватываются проводником, то наведенный в процессе индукции заряд всегда меньше, чем заряд, связанный с полем. Равенства можно достичь, если окружить заряд, создающий поле, замкнутой металлической оболочкой.

Если проводник, вносимый в электростатическое поле постороннего происхождения, имел заряд, то последний также перераспределяется до тех пор, пока не выравняются потенциалы во всех точках проводника.

1.8. КОНДЕНСАТОР. ЕЛЕКТРОЕМКОСТЬ

Несколько заряженных и незаряженных проводников образуют сложное поле, однако потенциал каждого из проводников постоянен во всех его точках. Если изменить в несколько раз все заряды, то и все потенциалы, очевидно, изменятся во столько же раз, так как конфигурация поля при этом не изменится. Расчет такой системы в общем виде очень сложен; мы ограничимся частным случаем, когда имеются только два проводника с равными по модулю и противоположными по знаку зарядами. Практически его проще всего осуществить, зарядив проводник и окружив его замкнутой металлической оболочкой, соединенной с землей. Поставим еще одно требование, облегчающее расчетную сторону задачи: пусть второй проводник совпадает с одной из эквипотенциальных поверхностей поля первого проводника, существовавших до внесения второго проводника. Тогда поле между проводниками остается неизменным. Подобная система представляет простейший тип *конденсатора* и широко применяется на практике.

Окружив заряженный шар (радиусом R_1) концентрическим полым шаром (радиусом R_2) и заземлив последний, мы получим шаровой конденсатор, у которого все поле сосредоточено между шарами. Поле при этом такое же, как у одного внутреннего шара. Поэтому разность потенциалов равна

$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Отношение заряда к полученной разности потенциалов называют *электрической емкостью* системы:

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (1.21)$$

В СИ емкость выражают в **ф а р а д а х** (Ф):

$$1\text{Ф} = 1 \text{ Кл/В}.$$

Электрическая емкость не зависит от заряда и определяется лишь геометрией системы и электрическими свойствами диэлектрика, заполняющего полость. Для шарового конденсатора электрическая емкость равна

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0}{R_2 - R_1} R_1 R_2. \quad (1.22)$$

Емкость растет при увеличении поверхности проводников и сближении их друг с другом.

Для создания цилиндрического конденсатора проволоку (радиусом R_0) следует окружить полым коаксиальным цилиндром (радиусом R). Здесь следует вести расчет для некоторой высоты цилиндра h , причем искажением поля у краев цилиндра мы пренебре-

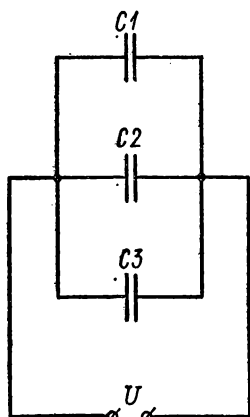


Рис. 1.15

жем. Используя рисунок 1.7, получаем:

$$U = \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 h} \ln \frac{R}{R_0}; \quad C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln \frac{R}{R_0}}. \quad (1.23)$$

И здесь емкость растет при указанных выше условиях.

Наконец, для плоского конденсатора (площадь пластин S , расстояние между ними h) имеем:

$$U = \frac{Qh}{\epsilon\epsilon_0 S}; \quad C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{h}. \quad (1.24)$$

Из второй формулы (1.24) видно, что диэлектрическую проницаемость вакуума можно выражать в фарадах на метр. Эта единица удобна для практического использования.

Пользуясь соотношениями (1.19) и (1.24), получим следующие (равноценные) выражения для энергии заряженного плоского конденсатора, где однородное поле занимает объем $V=Sh$:

$$W_c = wSh = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 Sh = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} UQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}. \quad (1.25)$$

В конденсаторах других типов поле неоднородно. Поэтому полная энергия таких конденсаторов равна

$$W = \int w dV, \quad (1.26)$$

где интеграл берется по всему объему поля V . Три последних соотношения (1.25) сохраняют свою силу во всех случаях.

Конденсаторы можно включать группами, все возможные комбинации сводятся к двум основным:

1. При параллельном соединении (рис. 1.15) по одной обкладке каждого конденсатора соединяют вместе и к двум общим концам подключают источник постоянной разности потенциалов. Тогда каждый конденсатор заряжается до этой разности потенциалов, приобретая свой заряд:

$$Q_i = C_i U.$$

Параллельное соединение можно заменить эквивалентным конденсатором емкостью $C_{\text{пр}}$, имеющим тот же заряд при той же разности потенциалов. При этом

$$C_{\text{пр}} = \sum C_i.$$

Общая (эквивалентная) емкость $C_{\text{пр}}$ больше емкости каждого из конденсаторов.

2. При последовательном соединении к источнику присоединяют по одной обкладке двух конденсаторов (рис. 1.16),

остальные обкладки соединяют попарно. Все конденсаторы получают одинаковый заряд (промежуточные конденсаторы заряжаются путем индукции), но неодинаковые разности потенциалов. Сумма всех разностей потенциалов равна разности потенциалов, создаваемой источником. Поэтому получается:

$$U = \sum U_i = \sum \frac{Q}{C_i} = \frac{Q}{C_{\text{пс}}}$$

и

$$\frac{1}{C_{\text{пс}}} = \sum \frac{1}{C_i}.$$

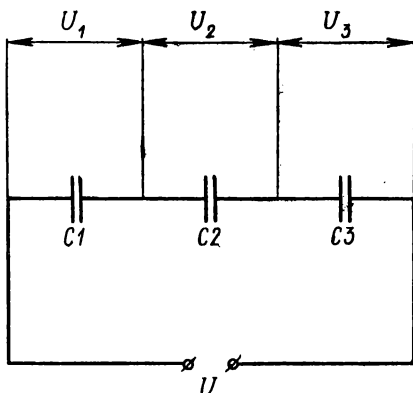


Рис. 1.16

Эквивалентная емкость $C_{\text{пс}}$ оказывается меньше каждой из емкостей.

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C , и число их равно n , то получаются простые соотношения:

$$C_{\text{пр}} = nC; \quad C_{\text{пс}} = \frac{1}{n} C.$$

Когда емкости C_i различны, то при последовательном соединении наибольшая разность потенциалов образуется на конденсаторе наименьшей емкости. Но каждый конденсатор характеризуется «рабочим» напряжением (разностью потенциалов); превышение его недопустимо, так как при этом возможен электрический пробой диэлектрика, заполняющего конденсатор, что делает конденсатор негодным к употреблению. Поэтому при последовательном соединении следует соблюдать осторожность.

1.9. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СМЕЩЕНИЕ И ПОЛЯРИЗОВАННОСТЬ

Диэлектрики с «жесткими» диполями. Обращаясь к изучению поведения диэлектриков во внешнем электростатическом поле, рассмотрим прежде всего поведение свободного диполя с электрическим моментом

$$\vec{p} = Q\vec{h}.$$

Если поле однородно (рис. 1.17, а), то на диполь действует вращающий момент

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}],$$

где

$$M = QEh \sin \alpha.$$

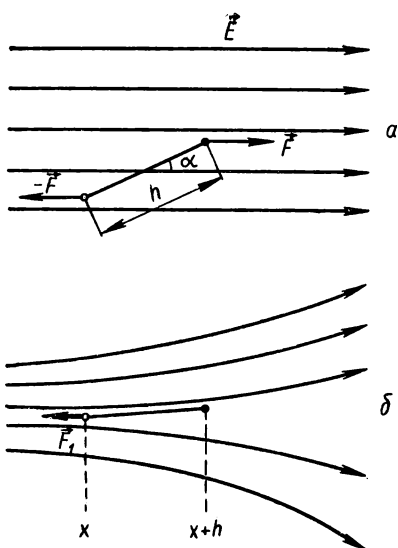


Рис. 1.17

Свободный диполь в однородном поле устанавливается так, что его электрический момент параллелен вектору напряженности поля.

Если под действием момента внешних сил диполь повернется из этого положения на некоторый угол α , то его потенциальная энергия увеличится на значение, равное:

$$\Delta W_p = \int_0^\alpha M d\alpha = -pE \cos \alpha \Big|_0^\alpha = pE (1 - \cos \alpha).$$

При повороте на 90° прирост потенциальной энергии составит:

$$\Delta W_p = pE.$$

В случае большого числа беспорядочно ориентированных диполей эта величина характеризует среднюю энергию диполя в однородном электростатическом поле; при этом энергия диполя в положении равновесия ($\alpha=0$) принимается равной нулю.

Если же поле неоднородно (рис. 1.17, б), то, кроме поворота (в действительности одновременно с ним), диполь втягивается в область поля большей напряженности, причем втягивающая сила равна

$$\vec{F}_1 = Q\vec{E}(x+h) - Q\vec{E}(x) = Qh \frac{d\vec{E}}{dx} = p \frac{d\vec{E}}{dx},$$

где $\vec{E}(x+h)$ и $\vec{E}(x)$ — напряженности поля в местах нахождения зарядов $+Q$ и $-Q$.

Этот результат легко проверить на опыте, подвесив на нити стерженец из диэлектрика и поместив его в неоднородное поле — он втягивается в область большей напряженности поля и располагается вдоль линий напряженности.

Молекулы твердого диэлектрика, обладая дипольным моментом, могут поворачиваться в теле. Стремление их втягиваться в область сильного поля приводит к движению всего тела. Поэтому кристаллики хинина располагаются в масле вдоль линий напряженности, давая наглядную картину распределения поля (см. § 1.4).

Когда в плоский конденсатор, соединенный с электрометром и имеющий постоянный заряд Q , вносят пластину диэлектрика, разность потенциалов U , измеряемая электрометром, уменьшается.

Следовательно, при этом увеличивается электроемкость конденсатора и уменьшается его энергия (см. уравнение 1.26; мы предполагаем, что пластина заполняет весь объем конденсатора). Это объясняется тем, что пластина втягивается в область сильного поля и электростатические силы совершают работу над пластиной.

Если тот же конденсатор держать при постоянной разности потенциалов U_0 (все время присоединенным к источнику), то при внесении пластины показание электрометра не меняется. Так как электроемкость, конечно, по-прежнему возросла, то увеличился и запас электрической энергии в конденсаторе (несмотря на совершение электростатическими силами механической работы). Электрическая энергия в конденсаторе увеличилась за счет энергии источника, дополнительно заряжающего конденсатор: действительно, при увеличении электроемкости и постоянной разности потенциалов заряд должен возрасти, а напряженность поля остается неизменной. Однако эта напряженность в ϵ раз меньше, чем напряженность, которую создали бы в вакууме заряды, находящиеся теперь на пластинах конденсатора.

Если же диэлектрик заполняет лишь часть пространства, занятого электростатическим полем, то нельзя уже утверждать, что напряженность поля уменьшается в ϵ раз; расчет поля в этом случае значительно усложняется, так как при этом изменяется распределение свободных зарядов на проводниках.

Итак, утверждение, что напряженность поля в диэлектрике уменьшается по сравнению с напряженностью в вакууме в ϵ раз (по закону Кулона), справедливо лишь при условии неизменности распределения взаимодействующих зарядов. Кроме того, диэлектрик должен быть безграничен; на практике достаточно заполнить диэлектриком объем, занятый электростатическим полем.

Физическая суть рассматриваемых процессов такова: диэлектрик состоит из молекул, в которых определенным способом распределены заряды (их сумма равна нулю). В некоторых веществах (например, в воде) каждая молекула обладает определенным дипольным моментом; но при отсутствии внешнего поля ориентация этих моментов беспорядочна и суммарный дипольный момент единицы объема вещества равен нулю. Во внешнем поле диполи частично ориентируются, и суммарный момент единицы объема делается отличным от нуля. Так как тепловое движение молекул нарушает этот порядок, то полученный момент должен зависеть от температуры. Такие молекулы называют *молекулами с постоянным моментом* (жесткие диполи).

Диэлектрики с упругими диполями. В других веществах в отсутствие поля молекулы не обладают дипольным моментом. Но во внешнем поле происходит деформация молекулы, приводящая к появлению момента, тем более значительного, чем сильнее поле. Поэтому и здесь вещество приобретает дипольный момент, но не зависящий от температуры, так как электрические силы все время поддерживают дипольные моменты вещества (упругие диполи).

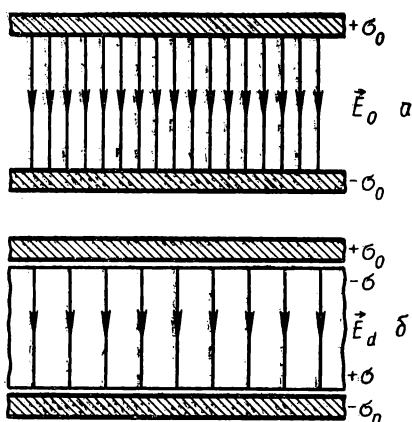


Рис. 1.18

пластины находятся в вакууме, то напряженность E_0 однородного поля между ними (рис. 1.18, а) равна

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}.$$

Заполним конденсатор однородным изотропным диэлектриком (рис. 1.18, б) с диэлектрической проницаемостью ϵ . Благодаря ориентации молекулярных диполей диэлектрика в каждом его единичном объеме возникает дипольный момент \vec{p} , равный сумме моментов диполей, находящихся в единице объема:

$$\vec{p} = \Sigma \vec{p}_i.$$

Если мысленно выделить такой единичный объем в форме куба, две грани которого перпендикулярны вектору \vec{E}_0 , то на этих гранях обнаружатся поверхностные заряды. Это не свободные заряды — их нельзя отделить от диэлектрика, так как нельзя разорвать молекулу. Принято называть эти заряды *связанными*; обозначим их плотность σ . Значение σ определяется значением σ_0 , но не совпадает с ним (меньше его).

→ Так как электрический момент куба единичного объема равен p , расстояние между его гранями $h=1$ м, а площадь граней $S=1$ м², то оказывается, что модуль электрического момента единицы объема равен поверхностной плотности заряда:

$$|\vec{p}| = \sigma.$$

На гранях диэлектрической пластины, примыкающих к пластинам конденсатора, также появятся связанные заряды с поверхностной плотностью σ , а в диэлектрике возникнет встречное поле; поэтому напряженность поля в диэлектрике станет меньше E_0 ;

По порядку величины дипольные моменты молекул p равны $10^{-29} \dots 10^{-28}$ Кл·м.

Принимая $Q=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, находим, что средняя длина диполя $h = \frac{p}{Q}$ имеет порядок $10^{-10} \dots 10^{-9}$ м, что вполне отвечает молекулярным размерам.

Приобретение диэлектриком максимального электрического дипольного момента называют *поляризацией*.

Элементарная теория поляризации. Рассмотрим плоский конденсатор с неизменным свободным зарядом $Q_0 = \sigma_0 S$. Если

обозначим установившуюся напряженность в диэлектрике \vec{E}_d . Для широкого класса диэлектриков (с диполями обоих типов) существует прямая пропорциональность между поверхностной плотностью связанных зарядов и напряженностью поля в диэлектрике:

$$\sigma = \epsilon_0 \kappa E_d. \quad (1.27)$$

Безразмерный коэффициент κ называют *электрической восприимчивостью* вещества.

Теперь можно написать:

$$E_d = E_0 - \frac{\sigma}{\epsilon_0} = E_0 - \kappa E_d, \quad (1.28)$$

т. е. напряженность поля в диэлектрике равна первоначальной напряженности минус напряженность поля, созданного связанными зарядами. Отсюда получается $E_0 = E_d(1 + \kappa)$.

Но по закону Кулона $E_0 = \epsilon E_d$. Поэтому

$$\epsilon = 1 + \kappa. \quad (1.29)$$

Для характеристики процесса поляризации вводят также векторную величину, называемую *поляризованностью* диэлектрика:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \kappa \vec{E}_d.$$

Ее модуль $|\vec{P}| = \epsilon_0 \kappa |\vec{E}_d| = \sigma$ равен поверхностной плотности связанных зарядов.

Умножив выражение (1.28) на ϵ_0 и учитывая соотношение (1.27), получим:

$$E_0 \epsilon_0 = \epsilon_0 E_d + P = \epsilon_0 \epsilon E_d = \sigma_0.$$

Так как вектор \vec{E}_d параллелен вектору \vec{E}_0 , то предыдущее выражение можно записать в векторном виде:

$$\vec{E}_0 \epsilon_0 = \epsilon_0 \vec{E}_d + \vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}_d = \vec{D}; \quad |\vec{D}| = \sigma_0,$$

где \vec{D} — ранее введенный вектор электрического смещения.

В рассматриваемом случае вектор электрического смещения перпендикулярен пластинам (т. е. границе раздела двух сред), причем его значение не испытывает разрыва, в то время как нормальная составляющая напряженности электрического поля испытывает на границе скачок, причем

$$|\vec{E}_0| : |\vec{E}_d| = \epsilon : 1.$$

Как уже указывалось, для неоднородных диэлектриков теорема Остроградского — Гаусса может быть применена к непрерывному (как сейчас выяснилось) вектору смещения \vec{D}_n , но не к векторам напряженности.

Соотношение $|\vec{D}| = \sigma_0$ показывает, что модуль вектора смещения определяется свободными (а не связанными) поверхностными зарядами.

Модуль нормальной составляющей \vec{D}_n у поверхности проводника равен поверхностной плотности свободных зарядов. Модуль нормальной составляющей \vec{E}_n определяется разностью поверхностных плотностей свободных и связанных зарядов:

$$|\vec{E}_n| = \frac{\sigma_{\text{своб}}}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_{\text{связ}}}{\epsilon_0}.$$

Можно показать, что касательная составляющая вектора \vec{E} на границе раздела двух диэлектриков непрерывна:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2,$$

а касательная составляющая вектора смещения терпит разрыв, причем

$$\frac{|\vec{D}_1|}{|\vec{D}_2|} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}.$$

В заключение подчеркнем еще раз, что сила взаимодействия между зарядами уменьшается в ϵ раз (закон Кулона) либо в случае безграничной жидкой или газообразной среды, либо же в том случае, когда границы диэлектрика совпадают с поверхностями равного потенциала, существовавшими до внесения диэлектрика, так что это внесение не вызывает перераспределения свободных зарядов на проводниках.

Кроме того, заряженные проводники не должны быть соединены с источниками разности потенциалов. В противном случае заряд на проводниках (свободный) может измениться. Так, если заполнить диэлектриком конденсатор, подключенный к источнику постоянной разности потенциалов, то поле в конденсаторе не изменится, но при этом свободный заряд на обкладках конденсатора возрастет в ϵ раз вместе с емкостью конденсатора.

Найдем емкость плоского конденсатора, заполненного двумя слоями диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 (рис. 1.19). Пусть заряд конденсатора есть $Q = \sigma S$. Тогда по теореме Остроградского — Гаусса модуль вектора \vec{D} , перпендикулярного пластинам, равен σ . Поэтому напряженность равна соответственно

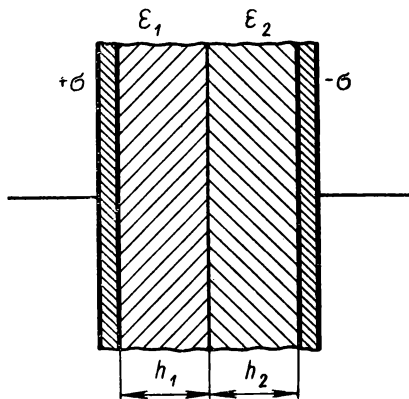


Рис. 1.19

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_1}; \quad E_2 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_2}$$

и разность потенциалов между пластинами равна

$$U = E_1 h_1 + E_2 h_2 = \frac{D}{\epsilon_0} \left(\frac{h_1}{\epsilon_1} + \frac{h_2}{\epsilon_2} \right) = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \left(\frac{h_1}{\epsilon_1} + \frac{h_2}{\epsilon_2} \right).$$

Следовательно, емкость конденсатора составляет:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{h_1}{\epsilon_1} + \frac{h_2}{\epsilon_2}}.$$

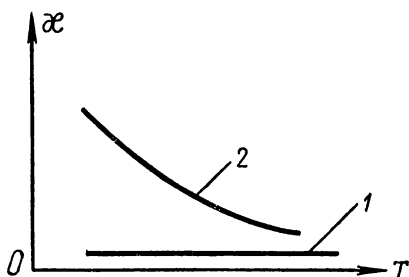


Рис. 1.20

Как уже указывалось, для диэлектриков с упругими диполями восприимчивость не зависит от температуры в широком интервале температур (рис. 1.20, прямая 1), а для диэлектриков с жесткими диполями такая зависимость существует (рис. 1.20, кривая 2).

Для большинства диэлектриков восприимчивость не зависит от поля, а потому электрическое смещение D пропорционально напряженности E (рис. 1.21, прямая 1). Числовое значение восприимчивости не превышает нескольких единиц (для упругих диполей). Оно несколько больше для жестких диполей, достигая в отдельных случаях нескольких десятков (у воды $\kappa \approx 80$).

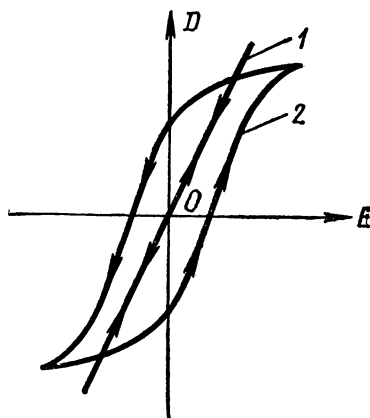


Рис. 1.21

Но есть также диэлектрики, имеющие очень большие ϵ , зависящие от поля и от предыстории образца. Так, если подобный диэлектрик (сегнетоэлектрик) периодически перезаряжать, то связь между D и E оказывается весьма сложной (рис. 1.21, кривая 2; стрелки на рис. 1.21 показывают направление процесса переэлектризации). При этом смещение у сегнетоэлектрика в сотни и даже в тысячи раз превышает смещение у обычного диэлектрика при той же напряженности (на рис. 1.21 масштаб кривой 2 соответственно изменен).

Кривая, характеризующая запаздывание смещения относительно напряженности поля, называется, как и в случае неупругих деформаций, *петлей гистерезиса*. Существенно, что при снятии внешнего поля диэлектрик остается поляризованным, что находит практическое применение. Физическая картина процессов в сегнетоэлектрике сложна. Суть ее сводится к тому, что отдельные микроскопические области сегнетоэлектрика, содержащие большое число молекул, оказываются самопроизвольно наэлектризованными. Но

дипольные моменты отдельных областей в макроскопическом образце ориентированы беспорядочно, и сам по себе образец в среднем неполяризован. При создании внешнего поля вдоль его линий напряженности ориентируются не отдельные диполи, а дипольные моменты этих микроскопических областей. Кроме того, наблюдается еще один эффект: если граничат две области, из которых поляризованность одной близка по направлению к напряженности внешнего поля, то эта область начинает расти за счет другой. В результате диэлектрик поляризуется очень сильно. При снятии поля первоначальное состояние восстанавливается не полностью (тело остается частично поляризованным). Остаточную поляризацию можно уничтожить, приложив поле встречного направления.

Диэлектрики с заметной остаточной поляризацией, уничтожение которой требует значительных полей, называются *электретами*.

При повышении температуры до некоторого значения (температура Кюри) области постоянной электризации (домены) разрушаются и диэлектрик теряет свои сегнетоэлектрические свойства. Однако при охлаждении они снова восстанавливаются.

Взаимодействие диполей в наэлектризованном диэлектрике, вообще говоря, приводит к возникновению механических сил и деформации диэлектрика (электрострикция). Обычно она выражена довольно слабо. Степень деформации определяется квадратом напряженности поля, т. е. не зависит от ее направления.

Наконец, существует небольшая (но практически важная) группа диэлектриков, у которых наблюдается пьезоэлектрический эффект — при деформации пластинки, определенным образом вырезанной из кристалла пьезоэлектрика, на ее гранях, перпендикулярных направлению силы, возникает разность потенциалов, пропорциональная этой деформации.

Пьезоэлектрики обладают и обратным пьезоэффектом: при подаче на них внешней разности потенциалов они деформируются в направлении напряженности поля.

Практическая ценность обратного пьезоэффекта состоит в следующем: подавая на пластину переменную разность потенциалов, можно привести пластину в вынужденные колебания; при достижении резонанса эти колебания становятся интенсивными, если пьезоэлектрик (например, кварц) обладает отчетливо выраженными упругими свойствами. Помещая такую пластину в жидкость (акустические сопротивления жидкости и кварца не должны слишком сильно отличаться друг от друга), удастся возбудить в жидкости интенсивные звуковые и ультразвуковые упругие волны. При частотах порядка сотен килогерц и выше длина волны оказывается много меньше линейных размеров излучателя, что благоприятствует созданию узконаправленного излучения, пригодного для целей связи.

Для регистрации подобных волн применяется пьезокварцевая пластина, в которой создается прямой пьезоэффект: волна приво-

дит пластину в резонансные вынужденные колебания, причем на гранях пластины получается переменное напряжение, легко регистрируемое и усиливаемое современными радиотехническими методами.

Высокочастотные механические ультразвуковые волны отличаются громадными ускорениями, возникающими в них. Под действием этих ускорений происходит ряд явлений, интересных с биологической, химической и технологической точек зрения; поэтому практическое применение ультразвуковых волн весьма разнообразно.

Пьезоэлектрики применяются также в звукозаписывающих современных электроакустических приборах, в пьезотелефонах, при регистрации весьма быстроменяющихся давлений и пр.

2.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. ЗАКОН ОМА

Если соединить проволокой два проводника, между которыми была создана разность потенциалов, то потенциалы будут выравниваться, при этом заряды на проводниках перераспределяются, а в соединительной проволоке происходит направленное перемещение зарядов, называемое *током*. В этом легко убедиться, соединяя две обкладки заряженного конденсатора, заранее подключенного к электрометру,— показания последнего уменьшаются.

Ток под действием приложенной разности потенциалов возникает в любой среде, где имеются свободные носители электрического заряда.

Внешние проявления тока могут быть таковы: нагревание проводника, несущего ток; свечение газа, в котором создан ток; силовое взаимодействие двух проводников с токами или проводника с током и магнитной стрелки.

Даже не зная в деталях механизма перемещения зарядов, можно утверждать, что при токе через любое поперечное сечение провода переносится некоторый заряд. Заряд dQ , перенесенный за элементарный промежуток времени, пропорционален времени протекания dt :

$$dQ = idt, \quad (2.1)$$

где i — коэффициент пропорциональности, называемый *силой тока*. Отсюда получается, что

$$i = \frac{dQ}{dt}, \quad (2.2)$$

т. е. сила тока определяется как производная от заряда, проходящего через поперечное сечение провода, по времени.

Так как заряд — скалярная величина, то и сила тока — скалярная величина. Единица силы тока, а м е р (А), — одна из основных единиц в СИ — будет строго определена при изучении электромагнетизма.

Вообще говоря, сила тока меняется по времени. Но при определенных условиях можно получить ток, не меняющийся в течение длительного времени — постоянный ток; именно его мы и будем изучать в ближайших главах.

В этом случае выражение (2.2) можно заменить отношением

конечных величин:

$$I = \frac{Q}{t}. \quad (2.3)$$

Применявшаяся нами в электростатике единица заряда — кулон — связана с ампером простым соотношением:

$$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}. \quad (2.4)$$

Поскольку при токе заряды движутся, можно полагать, что внутри проводника существует электрическое поле, характеризующееся напряженностью \vec{E} , которое вызывает и поддерживает упорядоченное движение зарядов. Поэтому между концами провода, несущего ток, должна существовать разность потенциалов U (ее часто называют *напряжением* или *падением напряжения* на соответствующем участке провода). Сила тока является функцией этой разности потенциалов:

$$I = f(U).$$

Вид этой функции может быть довольно сложен, например, при газовом разряде. Но есть простой частный случай, очень важный практически (ему обычно соответствуют токи в металлах и жидкостях), когда при данных внешних условиях (например, температуре) отношение разности потенциалов U к силе тока I оказывается постоянным, не зависящим от U :

$$\frac{U}{I} = R = \text{const}. \quad (2.5)$$

Это известный закон Ома (Г. Ом; 1787—1854). Величина R называется *сопротивлением* провода и измеряется в омах (Ом):

$$1 \text{ Ом} = \frac{1 \text{ В}}{1 \text{ А}}.$$

График, изображающий зависимость силы тока I от разности потенциалов U , называется *вольт-амперной характеристикой* проводника. В случае выполнения закона Ома вольт-амперная характеристика — прямая линия, проходящая через начало координат (рис. 2.1). Наклон характеристики определяет значение сопротивления:

$$\text{ctg } \alpha = R.$$

Используется и обратная сопротивлению величина $G = \frac{1}{R}$, называемая *проводимостью* провода. Единицей проводимости явля-

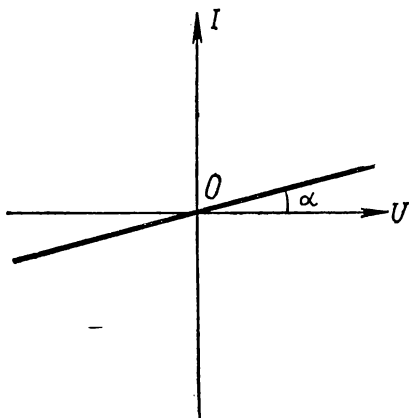


Рис. 2.1

ется с и м е н с (См):

$$1 \text{ См} = 1 \text{ Ом}^{-1}.$$

Сила тока, как и напряжение,— величина скалярная. Поэтому токи могут отличаться условно приписанными им знаками, но не направлением. Направление можно приписать не скалярному току, а связанной с ним векторной величине — *плотности тока* \vec{j} .

Если выбрать внутри провода некоторую элементарную площадку dS , характеризующую нормальным к ней вектором $d\vec{S}$, и если сила тока через нее равна di , то, по определению плотности тока, справедливо соотношение.

$$di = \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Плотность тока измеряется в а м п е р а х на к в а д р а т н ы й м е т р; но на практике ее часто выражают в амперах на квадратный миллиметр.

Направление вектора $d\vec{S}$ обычно выбирается так, чтобы угол между ним и вектором напряженности поля \vec{E} был острым или равным нулю. Тогда ток

$$I = G \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

положителен.

Как показывает опыт, в однородном проводнике плотность постоянного тока одинакова во всех точках сечения.

Применим закон Ома к однородному металлическому проводу длиной h и сечением S , между концами которого создана разность потенциалов U , поддерживающая силу тока I . Вследствие симметричной формы провода электрическое поле в нем имеет напряженность, равную

$$E = \frac{U}{h},$$

а плотность тока равна

$$j = \frac{I}{S}.$$

Подставляя эти выражения в формулу (2.5), получим:

$$\frac{Eh}{jS} = R,$$

откуда

$$j = \frac{h}{RS} E = \frac{E}{\rho} = \gamma E, \quad (2.6)$$

где ρ и γ — *удельное сопротивление* и *удельная проводимость вещества* провода.

Удельное сопротивление

$$\rho = R \frac{S}{h} \quad (2.7)$$

численно равно сопротивлению провода, имеющего форму куба со стороной, равной 1 м. Единицей удельного сопротивления в СИ является ом-метр. В электротехнических таблицах часто приводится более удобная для практики величина $\rho_{\text{табл}}$, определяющая сопротивление провода длиной 1 м с поперечным сечением 1 мм². Очевидно, $\rho_{\text{табл}}$ в 10⁶ раз превышает ρ .

Удельная проводимость

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

связана с проводимостью провода очевидным соотношением:

$$\gamma = G \frac{h}{S}.$$

За положительное направление вектора плотности тока принимают направление скорости упорядоченного перемещения положительных зарядов, т. е. направление вектора напряженности, поэтому выражение (2.6) можно записать в векторной форме:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad (\gamma = \text{const}). \quad (2.8)$$

Это уравнение представляет собой закон Ома в дифференциальной форме, примененной в каждой точке внутри провода.

2.2. ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТЬ. ЗАКОН ДЖОУЛЯ — ЛЕНЦА

Для более глубокого понимания физического смысла электропроводности допустим, что в проводнике имеются заряженные частицы обоих знаков с зарядом $\pm e$; концентрация их соответственно равна n_+ и n_- . При постоянном токе средние скорости частиц \vec{v}_+ и \vec{v}_- постоянны. Выделим в проводе (рис. 2.2) элементарное сечение dS , нормальное к направлению напряженности поля \vec{E} в проводнике; построим на нем два цилиндра с высотами $v_+ dt$ и $v_- dt$.

За время dt через выбранное сечение пройдут все положительно заряженные частицы из правого цилиндра и все отрицательно заряженные частицы из левого цилиндра; кроме них, никакие заряженные частицы через сечение не пройдут. Поэтому полный заряд, прошедший за время dt , равен

$$dQ = [n_+ \vec{v}_+ e_+ dt + n_- \vec{v}_- e_- dt] \cdot d\vec{S} = \vec{j} \cdot d\vec{S},$$

и плотность тока оказывается равной

$$\vec{j} = n_+ e_+ \vec{v}_+ + n_- e_- \vec{v}_-. \quad (2.9)$$

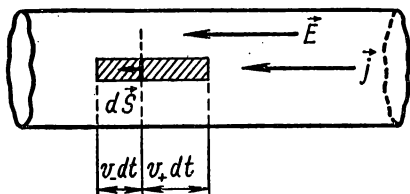


Рис. 2.2

Произведения $e_+ \vec{v}_+$ и $e_- \vec{v}_-$ имеют одинаковые знаки; следовательно, перемещение положительных зарядов в некотором направлении равноценно перемещению отрицательных зарядов в противоположном направлении.

При постоянном токе скорости пропорциональны напряженности поля:

$$\vec{v}_+ = \mu_+ \vec{E}; \quad \vec{v}_- = \mu_- \vec{E}.$$

Постоянные коэффициенты μ_+ и μ_- называются *подвижностями*. Подвижность численно равна скорости частиц в поле единичной напряженности. В СИ единицей подвижности является $\text{м}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Итак, уравнение (2.9) принимает вид

$$\vec{j} = [n_+ e_+ \mu_+ + n_- e_- \mu_-] \vec{E} = \gamma \vec{E},$$

и удельная проводимость равна

$$\gamma = n_+ e_+ \mu_+ + n_- e_- \mu_-.$$

Если проводимость материала не зависит от приложенного поля ($\gamma = \text{const}$), то такой проводник подчиняется закону Ома. В достаточно большом интервале напряженностей \vec{E} это справедливо для металлов, в более ограниченном — для жидкостей, в очень ограниченном — для газов и полупроводников.

Если подвижности или концентрации зависят от напряженности поля, то закон Ома не выполняется; эти случаи мы пока рассматривать не будем.

Так как при постоянном токе средние скорости упорядоченного движения заряженных частиц постоянны, а электрическое поле действует на них с силой $e\vec{E}$, то приходится признать, что при движении этих частиц существует своеобразное «жидкое трение», сила которого, пропорциональная скорости, преодолевается силами поля. При этом происходит обмен энергией между заряженными частицами, движущимися упорядоченно, и беспорядочно движущимися нейтральными частицами (молекулами растворителя в жидкости, молекулами газа) или ионами кристаллической решетки, беспорядочно колеблющимися около своих положений равновесия в металле или полупроводнике.

В результате этого обмена проводя, несущие ток, должны нагреваться, что и наблюдается в действительности.

Мощность P_0 , выделяемая при этом в единице объема, определяется произведением силы, действующей на заряженную частицу, скорости последней и концентрации частиц n . Допуская (для сокращения записи), что имеются частицы только одного рода, получим:

$$P_0 = E e v n = \gamma E^2 = j^2 \rho. \quad (2.10)$$

Полная мощность, выделяющаяся во всем проводнике, равна

$$P = P_0 S h = j^2 S^2 \rho \frac{h}{S} = I^2 R. \quad (2.11)$$

Выражения $P_0 = j^2 \rho$ и $P = I^2 R$ представляют соответственно дифференциальную (для элемента объема) и интегральную (для всего провода) формы закона Джоуля — Ленца.

Если нагревание — единственный результат протекания тока, то можно воспользоваться законом Ома и получить следующие выражения для мощности и энергии:

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R} = UI; \quad W = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t = U I t = UQ,$$

где t — время протекания тока.

Величина UQ есть работа по перемещению зарядов в проводе; она полностью расходуется в конечном счете на нагревание провода.

Однако если протекание тока сопровождается какими-либо дополнительными эффектами, то для расчета нагревания можно пользоваться лишь выражением (2.11). Действительно, если в цепи имеется, например, электродвигатель, развивающий механическую мощность $N_{\text{мех}}$ (конечно, за счет работы источника тока), то расходуемая источником мощность P , равная

$$P = UI = I^2 R + N_{\text{мех}},$$

превышает мощность, вычисленную по закону Джоуля — Ленца.

В заключение отметим, что средние скорости упорядоченного движения носителей тока в твердых телах и жидкостях невелики, так как из-за нагревания допустимы лишь относительно небольшие плотности тока.

Так, для металла плотность тока $j = 5 \cdot 10^6$ А/м² уже довольно велика. При удельной электрической проводимости металла $\gamma = 5 \cdot 10^7$ См/м ей отвечает поле с напряженностью $E = 0,1$ В/м. Известно, что в металле проводимость обеспечивается электронами проводимости; концентрация их примерно равна концентрации атомов:

$$n \approx 10^{29} \text{ м}^{-3}.$$

Отсюда находим среднюю скорость упорядоченного движения:

$$v_{\text{ср}} = \frac{j}{ne} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Для жидкостей подвижности и скорости получаются еще меньшими; в газах они значительно возрастают.

2.3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРОВОДНИКОВ.

ТЕМПЕРАТУРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТИ

Закон Ома имеет большое практическое значение, позволяя рассчитывать сложные электрические цепи.

В курсе физики средней школы доказывается, что *последовательное* соединение двух резисторов R_1 , R_2 (рис. 2.3, а), при котором

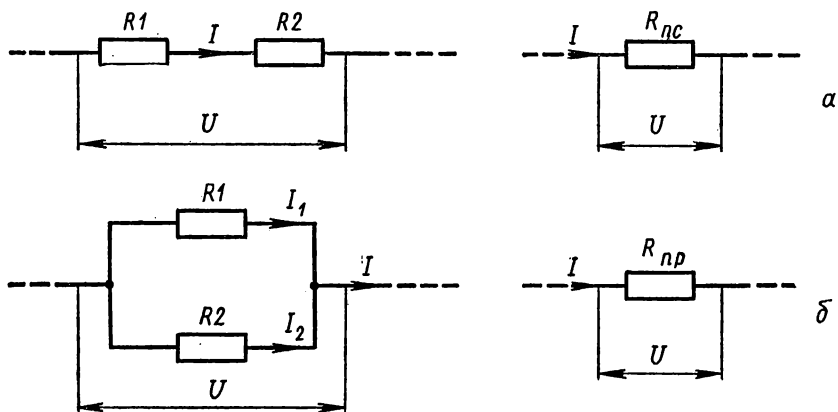


Рис. 2.3

оба они обтекаются одинаковыми токами, равносильно включению эквивалентного сопротивления:

$$R_{с} = R_1 + R_2,$$

равного сумме сопротивлений этих резисторов.

При *параллельном* соединении (рис. 2.3, б) тех же резисторов они находятся при одинаковой разности потенциалов; их эквивалентное сопротивление $R_{п}$ определяется выражением

$$R_{п} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

или

$$\frac{1}{R_{п}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

т. е. при параллельном соединении складываются электрические проводимости.

При этом силы токов в резисторах R_1 и R_2 оказываются обратно пропорциональными сопротивлениям.

Отсюда, в частности, следует, что приборы для измерения силы тока (амперметры), включаемые в цепь последовательно, должны иметь сопротивление, малое по сравнению с сопротивлением цепи; приборы же для измерения разности потенциалов на каком-либо участке цепи, включаемые параллельно этому участку (вольтметры), должны обладать сопротивлением, весьма большим по сравнению с сопротивлением данного участка.

Опыт показывает, что вещества обладают весьма различной удельной электрической проводимостью, меняющейся с температурой (рис. 2.4, где масштаб по обеим осям логарифмический).

Наибольшей удельной проводимостью обладают металлы. При небольших изменениях температуры она описывается практически

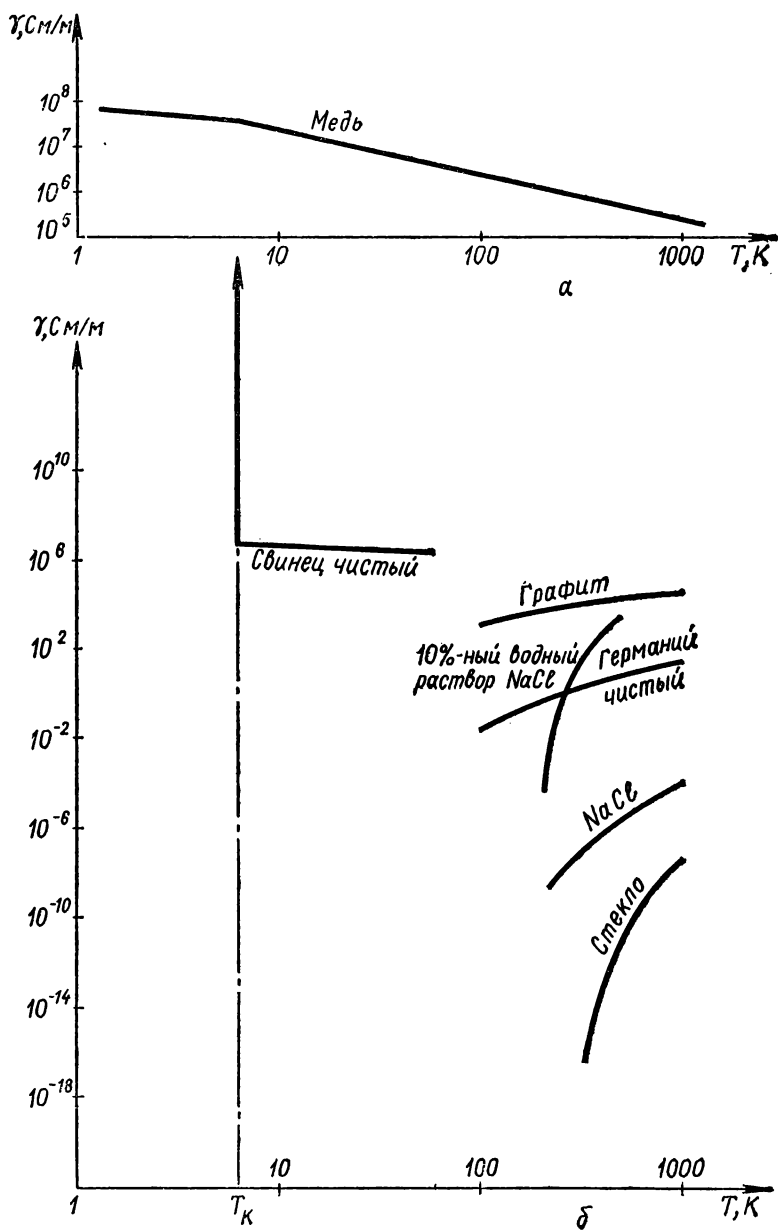


Рис. 2.4

полезной формулой:

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha t}, \quad \alpha \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{°C}^{-1},$$

где γ_0 — удельная проводимость при 0°С, t — температура, α — положительный температурный коэффициент.

При очень низких температурах удельная проводимость принимает большое постоянное значение (например, у чистой меди), либо же делается неопределенно большой (состояние сверхпроводимости, наступающее, например, у свинца при $T_k \approx 7\text{К}$). При плавлении металла проводимость меняется плавно.

Водные растворы (электролиты, имеющие ионную проводимость) обладают гораздо меньшей удельной проводимостью, уменьшающейся при охлаждении (отрицательный температурный коэффициент, равный примерно $-0,02\text{°C}^{-1}$). При затвердевании раствора электрическая проводимость уменьшается весьма резко (на несколько порядков).

Электрическая проводимость газов сложно зависит от степени их ионизации и температуры. Хотя и невозможно выразить эту зависимость в общем виде, но можно отметить, что при нагревании проводимость растет.

Сплавы металлов могут иметь самые различные температурные коэффициенты. Сплавы с малым коэффициентом ($\alpha \approx 10^{-6}\text{°C}^{-1}$) применяются для изготовления эталонных сопротивлений.

Полупроводники (графит, германий) имеют малую (по сравнению с металлами) удельную электрическую проводимость, сильно возрастающую при нагревании полупроводника.

Несовершенные диэлектрики (хлорид натрия в твердом состоянии, стекло) при комнатной температуре обладают довольно малой удельной электрической проводимостью, очень сильно растущей при нагревании вещества. У более совершенных диэлектриков (кварц, янтарь) при невысоких температурах удельная проводимость очень мала ($10^{-18} \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$), однако и она возрастает при сильном нагревании.

Нулевой электрической проводимостью обладает только вакуум.

2.4. ИСТОЧНИКИ ТОКА. ЭДС.

ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЗАМКНУТОЙ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ

Источники тока. В § 2.1 был рассмотрен ток, возникающий в проводе, соединяющем две пластины заряженного ранее конденсатора. В этом случае поле в проводе создается зарядами, находящимися на пластинах. Так как заряды меняются (убывают), то и ток получается меняющимся. Обратим внимание на «незамкнутость» цепи: между пластинами конденсатора среда не проводящая.

Для получения постоянного тока электрическая цепь должна быть замкнутой, т. е. состоять только из проводящих участков; лишь в этом случае заряд не будет накапливаться (или убывать)

на каком-либо участке и, следовательно, ток может быть постоянен во времени. Однако условие замкнутости цепи есть условие необходимое, но недостаточное.

В самом деле, так как в каждом участке, обтекаемом током, должно существовать поле, то циркуляция напряженности \vec{E} этого поля, взятая по всей замкнутой цепи, должна отличаться от нуля:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0.$$

Но, как известно, электростатическое (кулоновское) поле есть поле потенциальное, а потому циркуляция напряженности этого поля тождественно равна нулю:

$$\oint \vec{E}_{\text{кул}} \cdot d\vec{l} \equiv 0.$$

Поэтому второе необходимое условие существования постоянного тока состоит в следующем: в замкнутой цепи тока обязательно должны быть устройства, способные создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы каких-либо сил неэлектростатической природы. Такие устройства, называемые *источниками тока* (точнее называть их источниками разности потенциалов), существуют: это гальванические элементы, где разность потенциалов между двумя разнородными электродами, помещенными в электролит, поддерживается за счет химических процессов, происходящих в элементе; магнитоэлектрические генераторы, где разность потенциалов возникает на концах проводящей обмотки, вращающейся в магнитном поле машины, и др.

ЭДС. Закон Ома для полной цепи. Во всех этих случаях принято говорить о «сторонних силах», обеспечивающих создание и поддержание разности потенциалов на зажимах устройства. При этом особенностью сторонних сил является неравенство нулю циркуляции напряженности поля сторонних сил:

$$\oint \vec{E}_{\text{ст}} \cdot d\vec{l} \neq 0.$$

Обычно подынтегральная функция отлична от нуля не по всему контуру тока (контуру интегрирования), а лишь на отдельных его участках: так, в гальваническом элементе поле сторонних сил существует лишь на очень малых участках, прилегающих к электродам.

Максимальная разность потенциалов, развиваемая источником, называется его *электродвижущей силой* (ЭДС) \mathcal{E} и измеряется в вольтах.

При включении источника в цепь эта разность потенциалов длительно поддерживается постоянной и в цепи создается постоянный ток. Строго говоря, источник ЭДС обладает некоторым внутренним сопротивлением, зависящим от его устройства; это сопротивление оказывается включенным в общую электрическую цепь. Поэтому при протекании тока разность потенциалов на зажимах источника

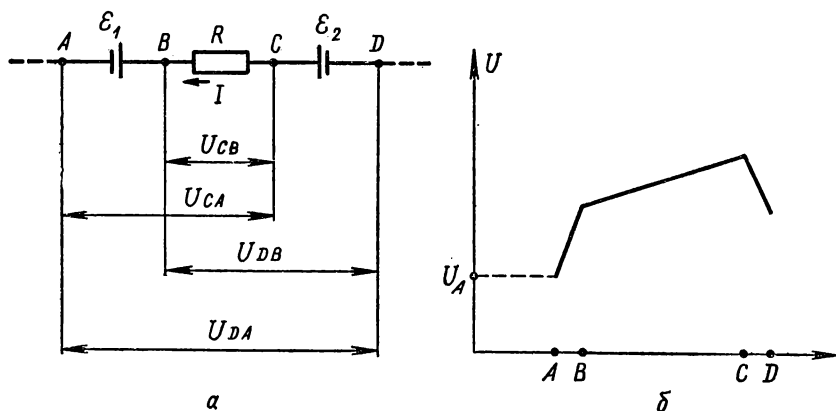


Рис. 2.5

может уменьшиться на величину Ir , где I — сила тока, r — внутреннее сопротивление.

В цепи могут действовать одновременно несколько источников ЭДС. Так, на рисунке 2.5, а показана часть электрической цепи; по ней течет ток, указанный стрелкой (этот ток — результат действия всех источников: как показанных на чертеже, так и не входящих в рассматриваемый участок).

На «потенциальной диаграмме» (рис. 2.5, б), схематически изображающей распределение потенциала в цепи, внутреннее сопротивление источников не учтено (предполагается, что скачки потенциала в источниках происходят на очень коротких участках).

Разности потенциалов между точками A, B, C, D равны соответственно:

$$U_{CB} = IR; \quad U_{CA} = IR + \mathcal{E}_1; \quad (2.12)$$

$$U_{DB} = IR - \mathcal{E}_2; \quad U_{DA} = IR + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2.$$

Действительно, источник с ЭДС \mathcal{E}_1 «препятствует» протеканию имеющегося в цепи тока, так что для поддержания тока нужно преодолеть эту ЭДС. Напротив, источник с ЭДС \mathcal{E}_2 «поддерживает» ток и уменьшает разность потенциалов на концах участка.

Произведение IR называют *падением напряжения* (или *напряжением*) на участке R . Выражения (2.12) удобно переписать в виде

$$U_{CA} - \mathcal{E}_1 = IR; \quad U_{DB} + \mathcal{E}_2 = IR; \quad U_{DA} + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = IR. \quad (2.13)$$

При такой записи ЭДС, способствующие протеканию тока, берутся с положительным знаком; ЭДС, препятствующие протеканию тока, имеют отрицательный знак.

В случае неразветвленной замкнутой цепи, содержащей несколько резисторов сопротивлениями R_i и источников ЭДС \mathcal{E}_k , обладающих внутренними сопротивлениями r_k , для каждого участка (раз-

бнение на участки произвольно, рис. 2.6, а) можно написать:

$$U_{AB} = IR_1; U_{BC} + \mathcal{E}_1 = Ir_1;$$

$$U_{CD} - \mathcal{E}_2 = Ir_2 + IR_2; U_{DA} + \mathcal{E}_3 = IR_3 + IR_4 + Ir_3.$$

Суммируя по всей цепи, найдем, что сумма всех разностей потенциалов U обратится в нуль и останется

$$\sum \mathcal{E}_k = I (\sum R_i + \sum r_k). \quad (2.14)$$

Это выражение называют о б о б щ е н н ы м з а к о н о м О м а для неразветвленной цепи, состоящей из «пассивных» (не содержащих источников ЭДС) и «активных» (содержащих источники ЭДС) участков. Потенциальная диаграмма для этой цепи изображена на рисунке 2.6, б.

В существовании внутренних сопротивлений источников легко убедиться, подключив вольтметр к зажимам источника и уменьшая сопротивление питаемой им цепи. Измеряемая вольтметром разность потенциалов

$$U = \mathcal{E} - Ir$$

уменьшается при увеличении силы тока.

Укажем еще раз, что для получения в цепи постоянного тока необходимо и достаточно, чтобы цепь была замкнута (т. е. вся состояла из проводящих участков) и в ней действовали источники ЭДС.

Так как в неразветвленной цепи все резисторы включены последовательно, как и источники ЭДС, то подобная цепь сводится к эк-

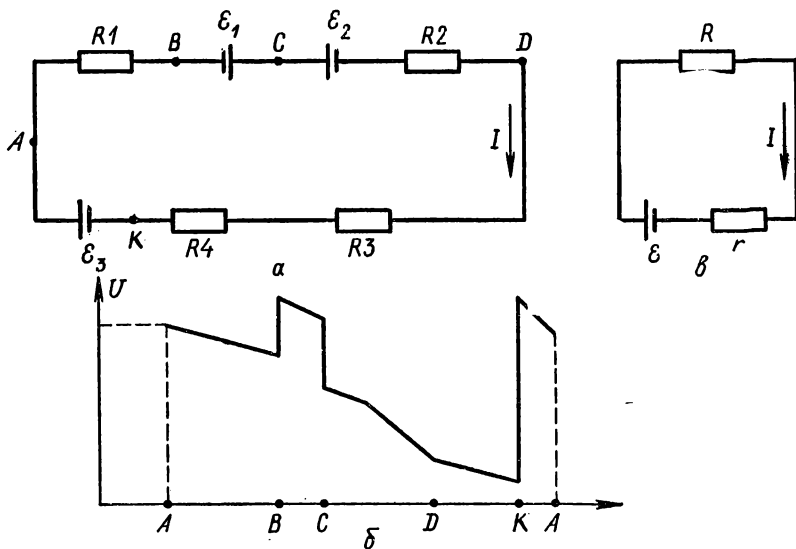


Рис. 2.6

вивалентной цепи (рис. 2.6, в), где

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}, \quad \mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_k; \quad R = \sum R_i; \quad r = \sum r_k \quad (2.15)$$

(ЭДС складываются алгебраически).

Обычно считают, что ток «течет от плюса к минусу». Это всегда верно только для пассивных участков. Если же на активном участке $\mathcal{E} > IR$, что легко осуществить, то по этому участку ток будет течь от минуса к плюсу. Так же течет ток и между зажимами источника, питающего цепь (внутри источника).

Работа и мощность в электрической цепи. Мощность, расходуемая источником, частично выделяется во внешней цепи (полезная), частично — на внутреннем сопротивлении (потери мощности). Коэффициент полезного действия источника (КПД) равен

$$\eta = \frac{P_{\text{полез}}}{P_{\text{полн}}} = \frac{I^2 R}{I^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r} < 1. \quad (2.16)$$

Для правильного выбора режима цепи (согласования) нужно определенным образом подбирать соотношение между сопротивлениями R и r , причем обычно источник считается данным. Тогда, исследуя зависимости силы тока, мощностей и КПД от отношения $\frac{R}{r}$, получаем:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r} \frac{1}{1+\beta}; \quad P_{\text{полез}} = \frac{\mathcal{E}^2}{r} \frac{\beta}{(\beta+1)^2};$$

$$P_{\text{полн}} = \frac{\mathcal{E}^2}{r} \frac{1}{1+\beta}; \quad \eta = \frac{\beta}{\beta+1}, \quad \text{где } \beta = \frac{R}{r}.$$

Максимальные значения этих величин соответственно равны:

$$(P_{\text{полез}})_m = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}; \quad (P_{\text{полн}})_m = \frac{\mathcal{E}^2}{r}; \quad I_m = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

На рисунке 2.7 указанные величины (относительные), а также η изображены в функции отношения $\frac{R}{r}$.

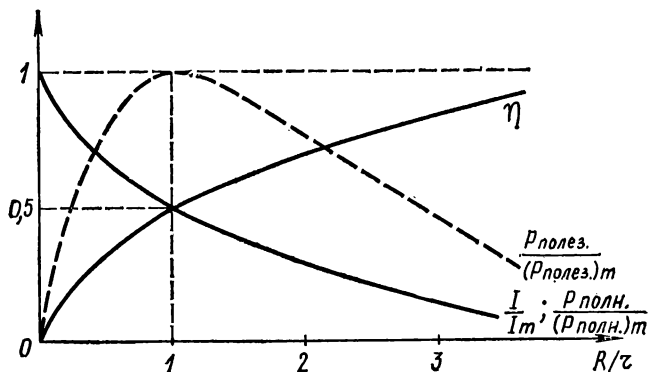


Рис. 2,7

Отметим важные свойства электрической цепи.

1. Полезная мощность максимальна при выполнении «условия согласования»:

$$R=r. \quad (2.17)$$

2. Полная мощность максимальна при $R=0$, уменьшается вдвое при $R=r$, стремится к нулю при $R \rightarrow \infty$. То же самое можно сказать о силе тока.

3. КПД равен нулю при $R=0$, равен 0,5 при $R=r$, стремится к единице при неограниченном возрастании R .

Таким образом, требования получения одновременно наибольшей мощности и наибольшего КПД выполнены быть не могут. Выбор тех или иных величин определяется конкретными условиями эксплуатации источников.

Источники ЭДС можно разбить на два существенно различных класса:

а) При $r \ll R$ во внешней цепи существует практически постоянная разность потенциалов, равная ЭДС, — такие источники называют «источниками напряжения», здесь сила тока обратно пропорциональна сопротивлению R .

б) При $r \gg R$ в цепи получается практически постоянный ток, а напряжение меняется пропорционально нагрузочному сопротивлению R . Такие источники называют источниками тока.

Возникновение поля внутри проводника с током сопровождается появлением на проводнике поверхностных зарядов.

Действительно, зажимы источника тока имеют различные потенциалы; следовательно, на них создается избыток зарядов того или другого знака. Между ними (в окружающем диэлектрике) создается электрическое поле. Когда к зажимам подключают провод, то напряженность поля в нем, вообще говоря, оказывается направленной под углом к оси провода. За счет продольной составляющей напряженности поля (параллельной оси) носители зарядов будут приобретать упорядоченную скорость, образуя ток. За счет поперечной составляющей носители будут перемещаться к поверхности провода, пока поперечное поле в проводе не окажется скомпенсированным. При этом на поверхности появятся заряды с поверхностной плотностью σ и возникнет (вне провода) нормальная к его поверхности составляющая напряженности электрического поля, причем

$$|\vec{E}_n| = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon},$$

где ϵ — электрическая проницаемость среды, окружающей провод.

Продольная составляющая напряженности поля на поверхности провода непрерывна и, следовательно, параллельна поверхности (иначе имелся бы поток зарядов на поверхность даже в установившемся состоянии). Поэтому вне провода вектор \vec{E} образует с поверхностью некоторый угол, отличный от прямого. Такое состояние

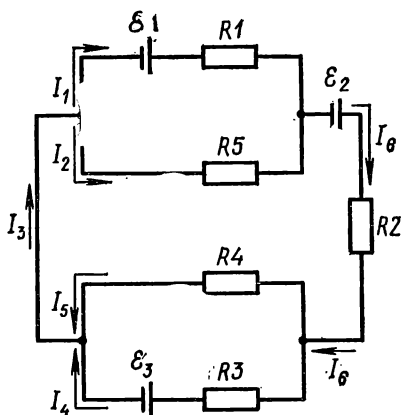


Рис. 2.8

устанавливается и длительно поддерживается неизменным благодаря действию сторонних сил. (К поверхностным зарядам и внешнему полю мы вернемся в § 9.4 и 12.3.)

2.5. ПРАВИЛА КИРХГОФА И ПРИМЕРЫ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Расчет разветвленных цепей, особенно если в них имеются активные участки, сложен. Практически он сводится к рассмотрению отдельных участков цепи. Пусть, например, имеется цепь, схема которой показана на рисунке 2.8.

В узловых точках, где сходится несколько проводов, должен выполняться закон сохранения заряда: сумма притекающих токов, которым можно приписать положительный знак, должна равняться сумме вытекающих токов (с отрицательным знаком). Иначе говоря, для узлов

$$\sum I_i = 0. \quad (2.18)$$

Если выделить в цепи замкнутый контур (произвольный) и мысленно обойти его в некотором направлении (скажем, против стрелки часов), то сумма разностей потенциалов обратится в нуль и получится:

$$\sum \mathcal{E}_k = \sum R_i I_i + \sum r_k I_j. \quad (2.19)$$

Отличие от закона Ома (2.14) состоит в том, что здесь токи могут быть различными.

Выражения (2.18) и (2.19) называют п р а в и л а м и К и р х г о ф а (Г. К и р х г о ф, 1824—1887).

Написав число уравнений, равное числу неизвестных, можно решить их и получить данные о всех токах и напряжениях. Следует иметь в виду, что иногда написанные уравнения могут оказаться зависимыми, и решение их результата не даст. Умение выбрать надлежащие уравнения дается практикой.

Так, для узловых точек (см. рис. 2.8) получится:

$$I_3 = I_1 + I_2; \quad I_3 = I_4 + I_5; \quad I_6 = I_1 + I_2 = I_3.$$

Для верхнего параллельного контура найдем:

$$I_2 R_5 - I_1 R_1 - I_1 r_1 = -\mathcal{E}_1.$$

Для нижнего параллельного контура имеем:

$$I_5 R_4 - I_4 R_3 - I_4 r_3 = \mathcal{E}_3,$$

где r_1 и r_3 — внутренние сопротивления источников ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_3 .

Иногда бывает неясно, какой знак следует приписать току (т. е. как направлен вектор плотности тока). В этих случаях знак выбирают произвольно; о правильности выбора знака судят по окончательному знаку, получающемуся в результате вычислений.

Приведем несколько примеров применения правил Кирхгофа.

1. Метод компенсации, применяющийся для точного измерения ЭДС. Известная ЭДС \mathcal{E}_1 превышает неизвестную ЭДС \mathcal{E}_2 (рис. 2.9). Меняя сопротивление R_1 (одновременно меняется и R_2 , так как оба сопротивления образованы длинной однородной проволокой и сумма $R_1 + R_2 = R$ постоянна), добиваются обращения в нуль силы тока I_3 . Тогда можно написать:

для контура $ABCD$ (так как $I_1 = I_2$):

$$\mathcal{E}_1 = I_1 R + I_1 r;$$

для контура $DCKD$:

$$\mathcal{E}_2 = I_1 R_1.$$

Деля эти выражения друг на друга, получаем:

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{R_1}{R + r_1}.$$

Так как на практике r_1 неизвестно, то производят измерения с двумя источниками: сначала с неизвестным, потом — с эталонным с ЭДС \mathcal{E}_0 . Для второго измерения получается:

$$\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_1} = \frac{R'_1}{R + r_1}.$$

Сравнивая полученные результаты, имеем:

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0 \frac{R_1}{R'_1}.$$

2. Мостик Уитстона (Ч. Уитстон, 1802—1875). В лабораторной практике для измерения сопротивлений часто применяют так называемый мостик Уитстона. Его схема (рис. 2.10) состоит из трех известных и одного неизвестного сопротивления. Мостик, включенный между точками A и B , содержит измерительный прибор. Регулируют сопротивления, пока ток в мостике не исчез-

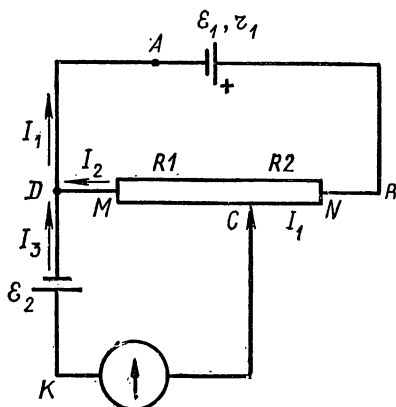


Рис. 2.9

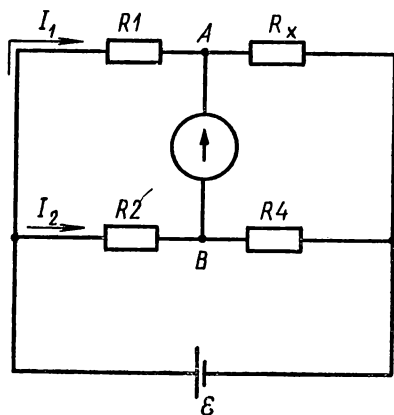


Рис. 2.10

нет. Тогда можно написать:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2; \quad I_1 R_x = I_2 R_4.$$

Деля уравнения друг на друга, получаем:

$$\frac{R_1}{R_x} = \frac{R_2}{R_4}.$$

Для более легкого запоминания напомним:

$$R_2 R_x = R_1 R_4, \quad (2.20)$$

т. е. произведения накрест лежащих сопротивлений одинаковы.

3. Потенциометр (рис. 2.11). Эта схема позволяет не-

прерывно регулировать постоянное напряжение на нагрузке R . Схема удобна, если выполнено условие:

$$R \gg r_1 + r_2 = r.$$

Действительно, если $R \gg r$, то током через нагрузку можно пренебречь и написать, пренебрегая внутренним сопротивлением источника:

$$\frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{r_1}{r_1 + r_2}.$$

Таким образом, напряжение на нагрузке пропорционально сопротивлению участка, выделенного на потенциометре. Конечно, схема очень неэкономична.

4. Последовательное соединение источников (оно было рассмотрено выше). В этом случае

$$\mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_i; \quad r = \sum r_i.$$

Здесь ЭДС суммируются алгебраически, а сопротивления арифметически.

Очевидно, такое включение разумно лишь в том случае, когда сопротивление цепи $R \gg r$ (внутреннего сопротивления источников), так как тогда мы увеличиваем ЭДС, почти не меняя сопротивления.

5. Параллельное соединение одинаковых источников (рис. 2.12). При этом ЭДС равна ЭДС одного источника, а внутреннее сопротивление уменьшается в n раз (n — число источников). Такое соединение разумно применять, если сопротивление цепи близко к сопротивлению источников.

Если источники неодинаковы, то, вообще говоря, их параллельное соединение невыгодно, так как они начинают работать друг на друга. Их всегда можно заменить одним эквивалентным источником. Действительно, в схеме рисунка 2.13 выделим контуры СВАКС,

ADCBA и узловую точку A. Применим к ним правила Кирхгофа:

$$IR = \mathcal{E}_1 - I_1 r_1; IR = \mathcal{E}_2 - I_2 r_2;$$

$$I = I_1 + I_2.$$

Решая эти уравнения, получаем:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где эквивалентные ЭДС и внутреннее сопротивление соответственно равны

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}; r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

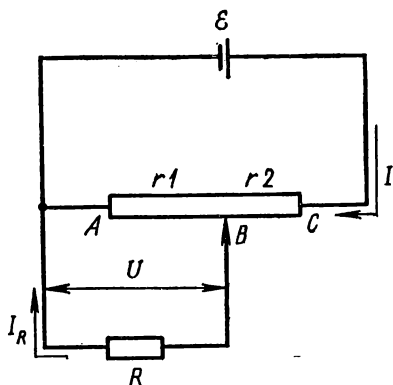


Рис. 2.11

Если бы были заданы числовые значения параметров цепи (при неодинаковых источниках), то в результате вычислений один из токов (I_1 или I_2) мог бы оказаться отрицательным, а другой ток стал бы больше общего тока I . В этом случае один из источников потребляет бы энергию другого.

6. **Нестационарные процессы.** В § 2.1, начиная рассмотрение понятия тока, мы приводили пример нестационарного тока, возникающего при разрядке конденсатора. Изучим подробнее этот процесс и связанный с ним процесс зарядки конденсатора. Пусть емкость конденсатора (рис. 2.14) равна C , сопротивление в зарядной цепи равно R_1 (левая цепь), ЭДС — \mathcal{E} (внутренним сопротивлением источника пренебрежем). При зарядке течет меняющийся ток i_1 . Для любого момента времени можно написать:

$$\mathcal{E} = i_1 R_1 + \frac{Q}{C}; i_1 = \frac{dQ}{dt},$$

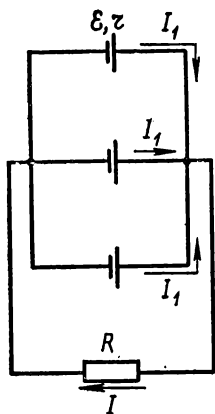


Рис. 2,12

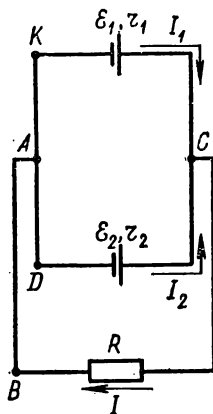


Рис. 2,13

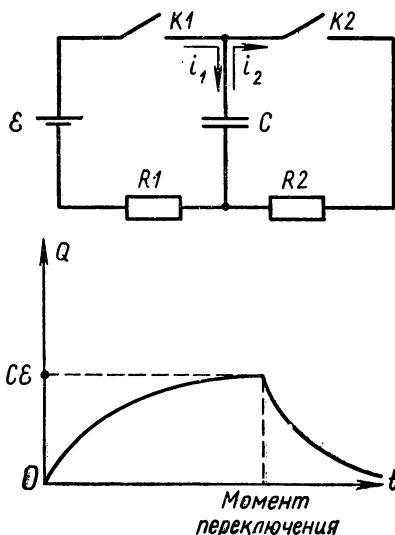


Рис. 2.14

при этом в начале отсчета времени (момент замыкания ключа $K1$ при разомкнутом ключе $K2$) имеется начальное условие:

$$\text{при } t=0 \quad Q=0.$$

Вводя новую переменную $Q=Z+C\varepsilon$, получим:

$$R_1 \frac{dZ}{dt} + \frac{1}{C}Z = 0.$$

Разделяя переменные и интегрируя, находим:

$$Z = Z_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right),$$

где $\tau_1 = R_1 C$.

Возвращаясь к заряду, получим:

$$Q = C\varepsilon \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)\right]. \quad (2.21)$$

Пусть теперь ключ $K1$ размыкается, а ключ $K2$ замыкается (в момент $t_1=0$). Тогда конденсатор разряжается через резистор $R2$. Ток меняет знак:

$$i_2 = -\frac{dQ}{dt_1},$$

и в любой момент времени закон Кирхгофа дает:

$$-R_2 \frac{dQ}{dt_1} = \frac{Q}{C},$$

причем при $t_1=0$ $Q=C\varepsilon$.

Решением этого уравнения является выражение

$$Q = C\varepsilon \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right), \quad (2.22)$$

где $\tau_2 = R_2 C$.

Таким образом, длительность обоих процессов зависит от «времени релаксации» (или «постоянной времени»):

$$\tau_i = R_i C,$$

и при достаточно больших R и C процесс так замедляется, что его можно демонстрировать даже на стрелочных приборах.

Интересно отметить, что КПД процесса зарядки равен

$$\eta = \frac{W}{A} = \frac{\frac{1}{2} Q \mathcal{E}}{Q \mathcal{E}} = 0,5.$$

Здесь W — энергия, накопленная в конденсаторе, A — работа, совершенная источником. Этот КПД не зависит от сопротивления R_1 ; последнее влияет лишь на длительность процесса зарядки.

Находя уравнение для токов:

$$i_1 = i_{\text{зар}} = \frac{1}{\tau_1} C \mathcal{E} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right);$$

$$i_2 = i_{\text{раз}} = -\frac{1}{\tau_2} C \mathcal{E} \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) = -\frac{\mathcal{E}}{R_2} \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right),$$

замечаем, что в начальные моменты ($t_i=0$) токи определяются законом Ома.

Зарядный ток убывает по мере того, как растет разность потенциалов на конденсаторе, противодействующая ЭДС источника. Разрядный ток убывает со временем вследствие уменьшения разности потенциалов на конденсаторе, вызывающей появление этого тока.

3.1. ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТЬ МЕТАЛЛОВ

Металлы обладают электронной проводимостью. Это доказывается прямыми опытами. Так, при пропускании тока по цепи, состоящей из кусков различных металлов, соединенных последовательно, не было обнаружено никакого переноса вещества, хотя ток пропускался в течение сотен часов.

Другой (количественный) опыт был поставлен Толменом и Стюартом в 1916 г.¹ Они приводили многовитковую катушку в быстрое вращение вокруг ее оси. Затем, при резком торможении катушки ее концы замыкались на гальванометр. Последний регистрировал кратковременный ток. Причиной тока являлось существование носителей заряда, не связанных жестко с кристаллической решеткой вещества проводов катушки и продолжавших свое упорядоченное движение после торможения катушки. По отклонению стрелки гальванометра и направлению начальной скорости носителей \vec{v}_0 можно было сразу же определить знак их заряда: он оказался отрицательным.

Пусть концентрация носителей заряда в проволоке катушки равна n , длина проволоки катушки h , площадь сечения проволоки S , сопротивление цепи катушка — гальванометр R , заряд носителя e , масса его m , мгновенная убывающая скорость \vec{v} .

По закону сохранения энергии можно приравнять убыль кинетической энергии направленного движения носителей приросту энергии ионов решетки металла (закон Джоуля — Ленца). Получаем:

$$-d \left[\frac{mv^2}{2} nhS \right] = i^2 R dt.$$

Но мгновенное значение силы тока при замедленном движении носителей равно

$$i = neSv.$$

Поэтому

$$-mhdv = eiRdt = eRdQ,$$

где dQ — элементарный заряд. Интегрируя за все время процесса,

¹ Идея опыта была высказана ранее Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папалекси.

получаем:

$$-mh \int_{v_0}^0 dv = Re \int_0^Q dQ,$$

откуда

$$\frac{e}{m} = \frac{v_0 h}{RQ}.$$

Величины, стоящие справа, определяются в процессе опыта. Оказалось, что отношение $\frac{e}{m}$ соответствует значению, получаемому в других опытах с электронами. Таким образом, носителями тока в металлах являются электроны.

Классическая теория электропроводимости металлов (ее автором является Друде) исходит из следующих допущений:

1. Средняя кинетическая энергия беспорядочного движения электронов проводимости (участвующих в создании тока), подобно энергии молекул идеального газа, определяется температурой металла:

$$\frac{1}{2} mu^2 = \frac{3}{2} kT,$$

где $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана.

При комнатных температурах средняя скорость беспорядочного движения составляет $u \approx 10^5$ м/с, что во много раз превышает скорость дрейфа электронов в электрическом поле (§ 2.1).

2. Электроны находятся под действием электрического поля в течение некоторого «времени свободного пробега» τ . Затем они соударяются с атомами металла и отдают им всю накопленную энергию упорядоченного движения (в противном случае, если бы отдача была частичной, сила тока должна была бы со временем возрастать). В результате этого металл нагревается.

В этих предположениях все электроны рассматриваются как независимые и обладающие такими усредненными характеристиками (v , τ), что для объяснения макроскопических явлений (например, тока) достаточно знать поведение одного электрона (при воздействии на него электрического поля), чтобы определить поведение всех электронов. Поэтому такую теорию называют «одноэлектронным приближением»; при строгом рассмотрении необходимо учитывать распределение электронов по энергиям (скоростям), особенности взаимодействия их между собой и т. д., что требует привлечения квантовомеханических представлений. Но и упрощенная теория дает некоторые удивительные результаты.

Сразу после соударения с решеткой электрон не имеет упорядоченной скорости. На него действует сила со стороны электрического поля:

$$\vec{F} = e\vec{E},$$

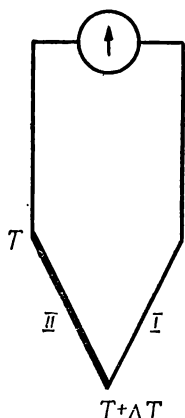


Рис. 3.1

сообщая ему ускорение $\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}$.

Если среднее время свободного пробега есть τ , то электрон имеет среднюю скорость дрейфа:

$$\vec{v} = \frac{e\vec{E}}{m} \tau = \mu \vec{E},$$

где $\mu = \frac{e\tau}{m}$ — подвижность, поэтому для плотности тока получается:

$$\vec{j} = ne\mu \vec{E} = n \frac{e^2}{m} \tau \vec{E} = \gamma \vec{E}; \quad (3.1)$$

а это есть закон Ома, так как $\gamma = \text{const}$, если τ и n не зависят от напряженности поля \vec{E} . Поскольку скорость дрейфа много меньше сред-

ней скорости беспорядочного движения u , это условие выполняется.

Из уравнения (3.1) следует, что электрическая проводимость не зависит от знака заряда, что вполне соответствует соображениям, развигавшимся в § 2.2.

Электрическая проводимость γ металлов имеет порядок $10^7 \dots 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Она существенно больше, чем у других проводников (см. следующие параграфы) прежде всего из-за высокой концентрации свободных (не связанных с атомами решетки) электронов. Число таких электронов проводимости n составляет примерно по 1 электрону на атом, т. е. $10^{28} \dots 10^{29} \text{ м}^{-3}$. Это соответствует тому, что при образовании металла каждый из его атомов теряет по электрону и кристаллическая решетка состоит из положительно заряженных ионов. При изменении температуры концентрация n свободных электронов в металле практически не меняется и вся температурная зависимость сопротивления определяется подвижностью μ , т. е. изменением времени свободного пробега τ (см. 3.1).

Так как проводимость металла падает при его нагревании, то приходится принять, что время τ при этом уменьшается; это допущение разумно, так как взаимодействие с более интенсивно движущимися ионами решетки должно возрастать.

Однако классическая теория не позволяет корректно рассчитать значение τ . Как показывает опыт, для большинства металлов при комнатной температуре τ составляет примерно $10^{-12} \dots 10^{-9} \text{ с}$.

При движении электрона в течение времени τ с упорядоченной скоростью \vec{v} поле совершает над ним работу, равную

$$A = Fv\tau.$$

Но за 1 с происходит $\frac{1}{\tau}$ соударений каждого электрона с решеткой

металла. При концентрации электронов n мощность, выделяемая в единице объема металла, равна

$$P_0 = A \frac{1}{\tau} n = n e \mu E^2 = \gamma E^2. \quad (3.2)$$

Таким образом, мы пришли к закону Джоуля — Ленца.

К этим успехам классической теории можно добавить еще получаемый из нее вывод о пропорциональности между электрической проводимостью и теплопроводностью (закон, ранее установленный экспериментально Видеманном и Францем). Однако у нее есть и темные стороны. Она дает совершенно ошибочное значение теплоемкости металла. Трудно понять, каким образом электрон отдает решетке энергию упорядоченного движения.

За найденное выше время τ электрон, движущийся со скоростью u , проходит путь, много больший расстояния между атомами. Это тоже не легко представить.

Электронная теория качественно объясняет возникновение термоэлектродвижущей силы. Если составить цепь, содержащую два спая разнородных металлов, находящихся при разных температурах, то в цепи (рис. 3.1) возникает ЭДС, пропорциональная разности температур (если ΔT не слишком велико):

$$\mathcal{E} \sim \Delta T.$$

Качественное объяснение заключается в том, что энергия электронов при разных температурах различна, а потому возможно возникновение их упорядоченного перехода из одного металла в другой, что внешне проявляется в возникновении ЭДС. Эта ЭДС невелика (10^{-6} . . 10^{-5} В/К).

Однако упрощенная теория не дает количественных результатов ни для термоэлектричества, ни для других явлений, происходящих при контакте двух металлов.

Классическая теория не может также объяснить природу сверхпроводимости — замечательного явления, проявляющегося при низких температурах у некоторых чистых металлов и сплавов и заключающегося в обращении сопротивления в нуль при $T < T_k$ (см. рис. 2.4). Все эти вопросы получают объяснение только с квантово-механической точки зрения (см. «Молекулярную физику»). Тем не менее хотя бы качественные соображения о природе сверхпроводимости уместно привести здесь.

Квантовая механика установила, что если бы кристаллическая решетка была идеально периодична, то электроны проходили бы сквозь нее не рассеиваясь, практически почти как через вакуум; «мешают» их движению лишь любые нарушения периодичности решетки, проявляющиеся в том, что положения ионов не совсем соответствуют ее узлам (дефекты, примеси, тепловые колебания). С этим обстоятельством связан, в частности, непонятный с классической точки зрения факт, что электрон проходит за время τ путь, существенно больший постоянной решетки (расстояние между атомами).

При комнатной температуре этот путь может достигать значения $\approx 10^{-7}$ м, в то время как расстояние между атомами составляет $\approx 10^{-10}$ м. Естественно, что рост температуры приводит к увеличению тепловых колебаний решетки, следовательно, степени ее неупорядоченности и возрастанию рассеяния электронов, т. е. сопротивления.

Суть сверхпроводимости заключается в том, что у некоторых металлов (свинец, олово, ниобий) и сплавов (например, ниобия и циркония) при $0 < T < T_k$ часть электронов перестает вести себя независимо: они образуют пары, причем каждая пара электронов имеет противоположные импульсы и оказывается связанной силами взаимного притяжения. Это притяжение создается благодаря тому, что оба электрона пары своим полем влияют на кристаллическую решетку, создавая вблизи себя некоторый положительный заряд (немного притягивают к себе ионы), с которым и взаимодействует другой электрон пары. Чтобы разорвать такую пару электронов, требуется некоторая энергия: при $T > T_k$ разрыв осуществляется за счет тепловых колебаний решетки, поэтому сверхпроводимость возможна лишь при $T < T_k$.

Если электрического поля нет, то центр масс пары имеет скорость, равную нулю (их импульсы противоположны!). В электрическом поле он смещается (это равносильно появлению тока), но так как электроны находятся достаточно далеко друг от друга ($\approx 10^{-7}$ м), то если один из них встречает препятствие (неоднородность решетки), а другой — нет, то пара может сохраниться, т. е. рассеивания электронов не произойдет. В этом случае электроны пары «помогают» друг другу обойти препятствие и сопротивление материала оказывается равным нулю.

3.2. ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ

Электропроводимость жидкостей (кроме расплавленных металлов, к которым относится и ртуть) не является электронной. Чистые жидкости, а также водные растворы органических соединений электропроводимостью почти не обладают. Но при растворении в воде неорганических веществ (электролитов) растворы приобретают заметную электропроводимость. Для ее исследования в сосуд, содержащий раствор, помещают два металлических электрода, на которые можно подать разность потенциалов от внешнего источника ЭДС. При этом в электролите возникает электрическое поле, а в цепи наблюдается ток. На электродах выделяются те или иные вещества, что позволяет утверждать, что носителями тока в электролитах являются не электроны, а заряженные атомы или части молекул (ионы). Ионы появляются в растворе благодаря распаду на части молекул растворенного вещества под действием молекул растворителя (вода, обладающая большой диэлектрической проницаемостью, ослабляет связи между атомами растворенных молекул, имеющие электрическую природу). При распаде молекулы на два

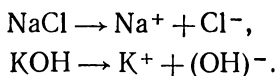
иона каждый из них приобретает избыточный заряд за счет захвата электрона одним из атомов (отрицательный ион) и потери его другим (положительный ион). Эти избыточные заряды изменяют химические свойства ионов (по сравнению с соответствующими атомами) и делают их химически неактивными относительно молекул воды.

Под действием электрического поля ионы приходят в упорядоченное движение и, подходя к электродам, отдают избыточный заряд, превращаясь в атомы. Эти атомы выделяются на электродах или вступают во вторичные реакции, при которых на электродах выделяются продукты этих реакций, что усложняет описанное выше явление электролиза.

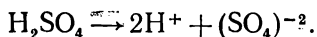
Важный факт — распад на ионы (диссоциация) происходит в процессе растворения (до создания поля, которое лишь вызывает упорядоченное движение ионов) — доказывается прямым опытом: в пробирку с раствором электролита впаивают по концам два электрода. Пробирку запаивают и приводят на центрифуге в очень быстрое вращение (ось пробирки перпендикулярна оси вращения). При этом ионы перераспределяются — ионы большей массы уходят дальше от оси вращения. После быстрого торможения электроды замыкают на гальванометр, дающий кратковременный отброс. По направлению отклонения стрелки можно судить о знаке ионов у каждого из электродов.

Распад молекул на ионы подчиняется следующим закономерностям.

При разложении солей и оснований металлический ион оказывается положительным, например:



При разложении кислот положительным является ион водорода:



Фарадей показал экспериментально, что масса m выделенного вещества связана с силой тока I и временем его протекания t соотношением (з а к о н Ф а р а д е я):

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} I t = \frac{1}{F} \frac{M}{n} Q, \quad (3.3)$$

где Q — заряд, прошедший через раствор, M — молярная масса вещества, n — валентность атома.

Коэффициент пропорциональности F называют *числом Фарадея*:
 $F = 96\,500 \text{ Кл/моль}.$

Число Фарадея численно равно заряду, который надо пропустить через раствор электролита, чтобы выделить на электроде массу вещества, численно равную $\frac{M}{n}$.

В 1881 г. Гельмгольц указал, что по числу Фарадея можно найти средний заряд иона. Это было осуществлено после измерения числа

Авогадро (числа атомов в 1 моль вещества), так как заряд иона связан с числом Авогадро N_A и валентностью атома:

$$q = \frac{F}{N_A} n \quad (N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}).$$

Отсюда средний заряд одновалентного иона оказывается равным

$$q_0 = \frac{F}{N_A} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Это значение заряда совпало со значением заряда электрона, измеренным примерно в те же годы (начало XX в.). Таким образом, представление об атомарном строении электрического заряда получило веское подтверждение.

В электролите ион оказывается окруженным молекулами растворителя (воды), обладающими значительными дипольными моментами. Взаимодействуя с ионом, дипольные молекулы поворачиваются к нему своими концами, имеющими заряд, знак которого противоположен знаку заряда иона (рис. 3.2); поэтому упорядоченное движение иона в электрическом поле затрудняется, и подвижность ионов не превышает $3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, т. е. значительно уступает подвижности электронов проводимости в металле. Так как и концентрация ионов обычно не велика по сравнению с концентрацией электронов в металле, то электрическая проводимость γ электролитов всегда существенно меньше электрической проводимости металлов и не превышает $10^2 \dots 10^3 \text{ См/м}$.

Вследствие сильного нагревания током в электролитах достигимы лишь незначительные плотности тока, т. е. небольшие напряженности электрического поля. В этих слабых полях подвижность ионов не зависит от напряженности поля и, следовательно, электролиты подчиняются закону Ома.

При повышении температуры электролита упорядоченная ориентация диполей растворителя ухудшается под влиянием усиливше-

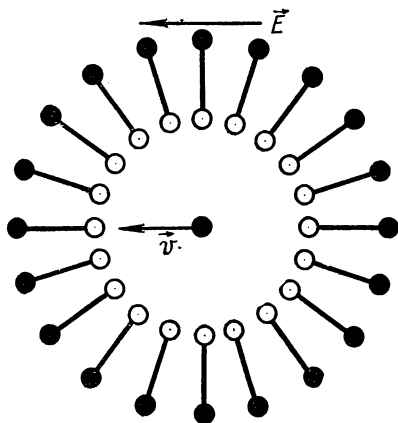


Рис. 3.2

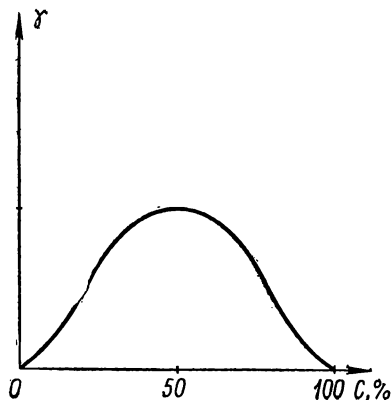


Рис. 3.3

гося беспорядочного движения молекул, поэтому дипольная оболочка частично разрушается, подвижность ионов и проводимость раствора увеличиваются.

Зависимость удельной электрической проводимости от концентрации при неизменной температуре сложна (рис. 3.3). Если растворение возможно в любых пропорциях (например, растворение серной кислоты в воде), то при некоторой концентрации электрическая проводимость имеет максимум. Причина этого такова: вероятность распада молекулы на ионы пропорциональна числу молекул растворителя и числу молекул растворенного вещества в единице объема. Но возможен и обратный процесс (рекомбинация ионов в молекулы), вероятность которого пропорциональна квадрату числа пар ионов. Наконец, электрическая проводимость пропорциональна числу пар ионов в единице объема.

Поэтому при малых концентрациях диссоциация полная, но общее число ионов мало. При очень больших концентрациях диссоциация слабая и число ионов также невелико.

Если растворимость вещества ограничена, то обычно максимума электрической проводимости не наблюдается.

При замораживании вязкость водного раствора резко возрастает, подвижность ионов резко уменьшается и удельная электрическая проводимость падает в тысячи раз. При затвердевании же жидких металлов подвижность электронов и удельная электрическая проводимость почти не изменяются.

Эти факты легко показать, измеряя изменения удельной электрической проводимости какого-либо электролита и галлия (температура плавления — около 40°C) или легкоплавкого сплава Вуда (температура плавления — около 80°C).

Как указывалось выше, в слабых полях электролиты подчиняются закону Ома. Но для электролитической ванны в целом (включая электроды) закон Ома не выполняется, так как на границе металл — раствор возникают скачки потенциала, зависящие от химической природы электродов и раствора (см. ниже). Поэтому вольт-амперная характеристика ванны в целом имеет излом (рис. 3.4).

Если в растворе присутствуют различные ионы (им отвечают различные скачки потенциала на характеристике), то можно так подобрать напряжение, подаваемое на ванну, что будет выделяться лишь один тип ионов, — это имеет промышленное значение.

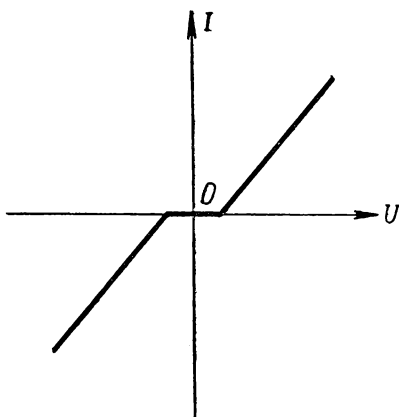


Рис. 3.4

3.3. ХИМИЧЕСКИЕ ИСТОЧНИКИ ТОКА

Большой интерес представляет получение ЭДС за счет энергии химических превращений. Если в сосуд с раствором кислоты опустить металлическую пластину, то ионы металла переходят в раствор, а пластина приобретает отрицательный заряд. В результате на границе металл — жидкость возникает двойной электрический слой: ионы удерживаются кулоновскими силами вблизи металла; здесь же происходит скачок потенциала (≈ 1 В). При опускании в тот же сосуд второй металлической пластины из другого металла на ней будет происходить тот же процесс. Но получающийся скачок потенциала зависит от природы металла и не равен первому. Поэтому между обеими пластинами устанавливается некоторая разность потенциалов. Если в растворе есть подвижные ионы положительного знака (например, водородные), они могут оседать на металле, изменяя значение скачка потенциала. Тем не менее такая система (гальванический элемент) обеспечивает устойчивую разность потенциалов. Если замкнуть пластины на внешнюю цепь, то возникнет ток. Электроны, уходящие с пластины, заряженной отрицательным зарядом (скажем, цинковой), в цепь, нарушат равновесие в двойном слое, при этом облегчится уход положительных ионов в глубь раствора, что вызовет дополнительное растворение цинка, и скачок потенциала будет поддерживаться до тех пор, пока цинк не растворится полностью.

По ряду технических причин расстояние между электродами нельзя делать слишком малым. Поэтому гальванический элемент обладает относительно большим внутренним сопротивлением (десятые доли ома и выше) и создаваемые им токи не могут превысить нескольких ампер.

Кроме того, выделение газов при прохождении тока может изменять условия на границе раствор — металл и снижать ЭДС (поляризация элемента). Так как это (обычно вредное) влияние оказывает водород, освобождающийся за счет вторичных процессов, то добавление в раствор окислителя может несколько уменьшить поляризацию.

Итак, элементы являются химическими источниками ЭДС, достаточно устойчивой (во времени) и равной 1. . . 2 В.

Широко применяются также аккумуляторы — системы, в которых химическая неоднородность создается при пропускании тока от внешнего источника (зарядка аккумулятора). При этом на положительном полюсе аккумулятора происходит окисление вещества, а на отрицательном — восстановление его. При разрядке же аккумулятора на внешнюю цепь, наоборот, на анодной (положительной) пластине вещество восстанавливается и на катодной (отрицательной) — окисляется. Химические процессы на пластинах весьма сложны. В свинцовых аккумуляторах, где электролитом служит серная кислота, удастся сделать расстояние между пластинами очень малым; соответственно уменьшается и внутреннее сопротивление

аккумулятора (до сотых долей ома). Однако слишком сильные токи, сопровождающиеся быстро идущими реакциями, ухудшают свойства аккумулятора. Тем не менее он позволяет получать кратковременно очень значительные силы токов (до десятков ампер).

Другие аккумуляторы (например, никель-цинковые) обладают большим внутренним сопротивлением, но меньшей массой на единицу мощности и рядом практических удобств при их эксплуатации.

ЭДС аккумуляторов не превышает 2 В. Но их можно включать последовательно для увеличения ЭДС в цепи потребителя.

3.4. ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТЬ ГАЗОВ, ПЛАЗМА

Несамостоятельный разряд. В отличие от жидкостей, где носителями зарядов являются положительные и отрицательные ионы, в газе процессы усложняются тем, что носителями могут быть не только ионы, но и свободные электроны. Кроме того, в жидкости природа иона однозначно определяет знак его заряда; в газе же молекула (или атом) может потерять электрон (и превратиться в положительный ион), но может и захватить свободный электрон (и превратиться в отрицательный ион). Поэтому в газе, несмотря на ионный характер проводимости, не наблюдается явлений электролиза, т. е. преимущественного выделения вещества на электродах (по крайней мере, при малых напряженностях электрического поля).

Далее, влияние давления и температуры на условия движения частиц в газе гораздо более сильно, чем в жидкости или твердом теле. Соответственно и зависимость силы тока (в газах ток часто называют *разрядом*) от внешних условий здесь гораздо сложнее, а типы разрядов более разнообразны.

При небольших (комнатных) температурах газы являются хорошими диэлектриками, так как в них почти нет заряженных частиц. Однако нагревание или освещение ультрафиолетовыми или рентгеновскими лучами создает заметную ионизацию и газы приобретают более или менее заметную электропроводимость. Если действие ионизатора прекратить, то возникшие ионы частично рекомбинируют, частично отсасываются электрическим полем, а потому диэлектрические свойства газа вскоре восстанавливаются.

Вообразим ионизатор, действующий непрерывно и создающий ежесекундно в единице объема некоторого незаряженного плоского конденсатора N пар ионов противоположных знаков. Благодаря рекомбинации ежесекундно будет исчезать αn^2 пар ионов (так как вероятность рекомбинации пропорциональна числу ионов каждого знака), где n — концентрация пар ионов в данный момент времени (она отлична от N). Поэтому изменение числа пар ионов за время dt опишется таким уравнением:

$$dn = (N - \alpha n^2) dt.$$

Опыт показывает, что через небольшой промежуток времени после начала работы ионизатора устанавливается неизменная кон-

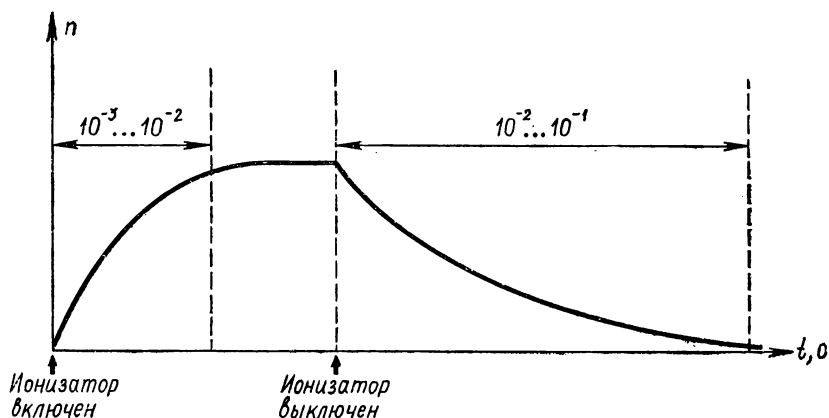


Рис. 3.5

центрация n_0 . Следовательно, наступает состояние динамического равновесия, когда число создающихся и воссоединяющихся пар ионов одинаково, так что можно написать такое условие:

$$N - \alpha n_0^2 = 0.$$

Поэтому

$$n_0 = \sqrt{\frac{N}{\alpha}}.$$

Коэффициент α (выражается в $\text{м}^3 \cdot \text{с}$) зависит от давления, температуры и природы газа. В нормальных условиях для воздуха $\alpha \ll 1$. Поэтому $n_0 > N$. (Подобно этому число жителей большого города значительно превышает среднее число происходящих в нем в единицу времени рождений.)

Если после установления равновесного состояния прекратить действие ионизатора, то вследствие рекомбинации число пар ионов будет убывать со временем по закону:

$$-dn = \alpha n^2 dt \quad \text{и} \quad n = \frac{n_0}{1 + \alpha n_0 t}.$$

В воздухе при атмосферном давлении равновесие практически наступает через сотые доли секунды после включения ионизатора. После его выключения исчезновение ионизации практически происходит за десятые доли секунды (рис. 3.5).

Рассмотрим, что произойдет при одновременном действии ионизатора и подаче на пластины конденсатора некоторой разности потенциалов U , создающей в нем поле напряженностью $E = \frac{U}{h}$ (h — расстояние между пластинами). Будем считать, что ионизатор образует ионы во всем объеме конденсатора Sh (S — площадь пластин).

За время dt в объеме конденсатора возникает число пар ионов,

равное

$$dn_1 = NSh dt.$$

За это же время рекомбинирует число пар ионов, равное

$$dn_2 = -\alpha n^2 Sh dt.$$

Наконец, ток I унесет из объема конденсатора число пар ионов, равное

$$dn_3 = -\frac{I}{2e} dt,$$

где e — заряд иона.

В результате число пар ионов за время dt изменится на величину, равную

$$dn = dn_1 + dn_2 + dn_3.$$

Если ток постоянен во времени, то это изменение обращается в нуль, так что уравнение разряда принимает вид

$$NSh - \alpha n^2 Sh - \frac{I}{2e} = 0. \quad (3.4)$$

Подчеркнем, что при прекращении действия ионизатора ток вскоре прекратится. Поэтому рассматриваемый разряд называется *несамостоятельным*.

Решение уравнения (3.4) затруднительно, так как установившаяся концентрация ионов n зависит от силы тока.

Если ток очень мал, так что последним слагаемым можно пренебречь, то можно считать, что $n = n_0$. Тогда при практически постоянной концентрации справедлив закон Ома:

$$I = n_0 e S (\mu_+ + \mu_-) E = \gamma E;$$

подвижности μ_+ и μ_- довольно близки друг к другу, но $\mu_- > \mu_+$. (Здесь под μ_- понимается усредненная (по ионам и электронам) подвижность отрицательно заряженных частиц.)

Пусть параметры конденсатора таковы: $S = 0,01 \text{ м}^2$, $h = 0,1 \text{ м}$. При нормальном давлении $\mu_+ \approx \mu_- \approx \mu = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Для воздуха при нормальных условиях $\alpha = 10^{-12} \text{ м}^3 \cdot \text{с}$. Примем производительность ионизатора равной $N = 10^{11} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. Тогда получим:

$$n_0 = \sqrt{\frac{N}{\alpha}} = 3 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3},$$

что составляет ничтожную долю числа частиц ($3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$). Задавая $E = 1 \text{ В/м}$, найдем силу тока в начальной части кривой разряда (рис. 3.6, кривая I): $I_n \approx 10^{-13} \text{ А}$. По мере усиления поля число отсасываемых полем ионов становится все заметнее, поэтому n падает и сила тока начинает расти медленнее, чем напряжение (рис. 3.6). В конце концов, когда можно пренебречь рекомбинацией и считать, что все рождающиеся ионы увлекаются полем, получается ток насы-

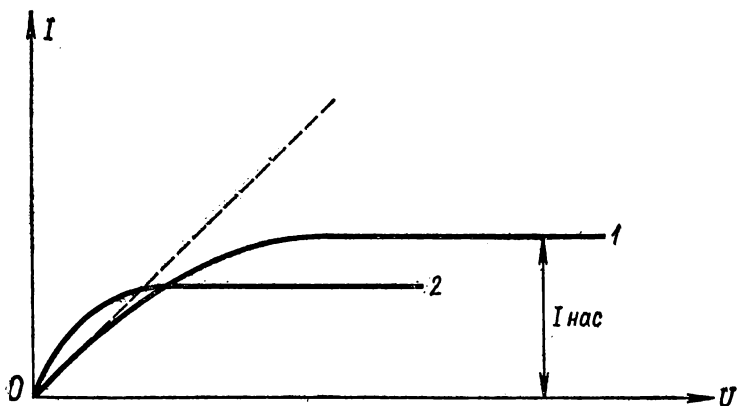


Рис. 3.6

щения, не зависящий от напряжения:

$$I_{\text{нас}} = 2eNSh.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$I_{\text{нас}} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ А},$$

т. е. эта сила тока на несколько порядков больше, чем начальная, но все еще очень мала.

Заметим, что при сближении пластин новая кривая 2 сначала идет выше первой, так как (при той же разности потенциалов на конденсаторе) напряженность поля увеличивается. Но затем она пойдет ниже, так как сила тока насыщения уменьшается из-за уменьшения объема конденсатора.

Самостоятельный разряд. При дальнейшем увеличении разности потенциалов возможно возникновение лавинной ионизации: образовавшиеся под действием ионизатора электроны приобретут в поле столь большую энергию, что смогут сами ионизировать молекулы газа. Каждый новый электрон сможет делать то же, и число заряженных частиц будет быстро расти. Если допустить, что число рождающихся электронов dn пропорционально числу имеющихся и пробегаемому ими между двумя последовательными соударениями расстоянию dx :

$$dn = \beta n dx,$$

то закон нарастания будет таков:

$$n = n_0 \exp(\beta x).$$

При этом сила тока возрастет еще на несколько порядков, но разряд все еще остается несамостоятельным, так как при прекращении действия ионизатора и отсосе родившихся электронов процесс прекращается.

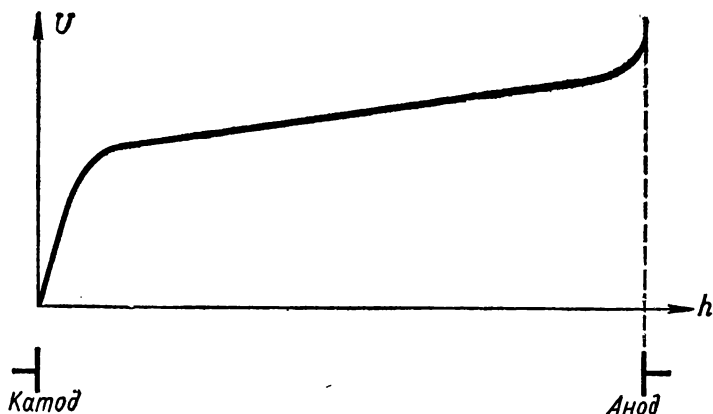


Рис. 3.7

Возможность ионизации газа быстрыми электронами (ударной ионизации) существенно зависит от давления: чем меньше давление газа, тем больше длина свободного пробега, за время которого электрическое поле увеличивает энергию электронов. Если энергия оказывается недостаточной для ионизации, то она может быть отдана атому при его возбуждении (впоследствии атом избавится от избытка энергии, создавая свечение), а также пойти на нагревание газа. Расход энергии электронов на нагревание газа мал, так как массы электрона и молекулы газа сильно отличаются друг от друга. Но ионы могут отдавать свою энергию молекулам газа, вызывая некоторое нагревание последнего.

Дальнейшее увеличение напряжения приводит к качественно новому разряду — *самостоятельному*. Так как подвижность электронов много больше подвижности ионов (из-за меньшей массы при том же заряде), то вблизи катода постепенно создается область, где концентрируется нескомпенсированный положительный заряд. Между слоем этого заряда и катодом создается сильное электрическое поле, способное вырывать электроны из катода (холодная эмиссия). Кроме того, ионы, притягиваемые катодом, отдавая ему свою кинетическую энергию, могут нагреть его; при этом возникает сильная термоэлектронная эмиссия (см. ниже). Все это приводит к тому, что катод становится поставщиком электронов и начавшийся разряд способен сам себя поддерживать, так что первоначальный ионизатор можно убрать. При этом у катода создается сильное поле, т. е. большой градиент потенциала, что всегда характерно для области с нескомпенсированным зарядом (рис. 3.7). В остальной части конденсатора поле гораздо слабее и средний заряд единицы объема газа равен нулю (кроме области вблизи анода, где имеется некоторый избыток электронов). Однако градиент потенциала у анода гораздо меньше, чем у катода, и процессы на аноде играют менее важную роль.

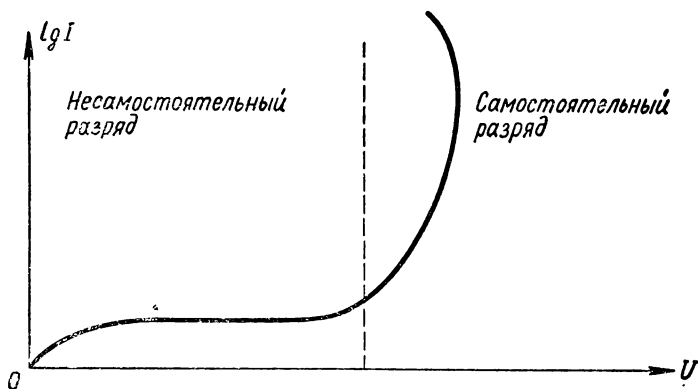


Рис. 3.8

Сила тока при самостоятельном разряде превышает силу тока насыщения (рис. 3.8) на 5—6 порядков. Ионизация газа резко растет, вместе с ней растет и электропроводимость, так что напряжение на конденсаторе может даже снизиться, если внутреннее сопротивление источника достаточно велико или если в цепи имеется значительное дополнительное сопротивление (такое явление наблюдается, например, в дуговом разряде).

При самостоятельном разряде газ светится: при взаимодействии с заряженными частицами молекулы газа могут приходиться в возбужденное состояние — их энергия превышает нормальную, — этот избыток отдается в виде света. При этом на катоде может возникнуть фотоэффект (дополнительное вырывание электронов). Наконец, при сильных токах газ нагревается и возникает дополнительная термическая ионизация — за счет обмена энергиями при столкновении незаряженных молекул с ионами.

Начальные стадии самостоятельного разряда внешне почти незаметны. Если давление в конденсаторе (практически в газоразрядной трубке) понижено, то самостоятельный разряд (тлеющий и искровой) делается заметным (по свечению газа) при напряжениях порядка нескольких тысяч вольт.

Если понизить давление до таких пределов, чтобы заряженные частицы могли двигаться внутри трубки практически без соударений с нейтральными (это соответствует давлениям меньше 10^{-2} Па при обычных размерах разрядной трубки в несколько десятков сантиметров), то может возникнуть такое явление: нормально к катоду (от него) движется пучок быстрых электронов — *катодные лучи*, способные вызывать свечение некоторых веществ. Поставленный на пути пучка металлический предмет, непрозрачный для электронов, отбрасывает четкую тень, что свидетельствует о прямолинейности движения частиц.

Если в катоде сделать щели, то через них будут проходить ионы

газа, содержащегося в трубке, — это так называемые *анодные лучи*. Они дают свечение, характерное для данного газа.

Гораздо более мощный дуговой разряд можно получить при нормальном давлении, если свести концы двух угольных или металлических стержней, находящихся под разностью потенциалов всего в несколько десятков вольт, и затем, дав нагреться их концам (где из-за плохого контакта существует большое сопротивление), медленно развести их. Раскаленные концы стержней служат хорошими источниками электронов (это, конечно, относится главным образом к катоду), а газ значительно нагревается и становится весьма сильно ионизированным. Поэтому газовый столб обладает малым сопротивлением и по дуге течет ток порядка десятков ампер при разности потенциалов в десятки вольт. Высокая температура дуги (впервые она получена В. В. Петровым, потом — Г. Дэви, а названа в честь А. Вольта — вольтовой) позволяет применять ее в качестве мощного источника света.

Плазма. Сильно ионизированный газ, содержащий практически одинаковое число заряженных частиц обоих знаков, называют *плазмой*. Состояние плазмы может возникнуть при самостоятельном разряде, в частности при дуговом.

При разряде в плазме скорость электронов и ионов увеличивается под действием электрического поля, скорость же нейтральных частиц меняется мало, так как нагревание газа может быть незначительным. Поэтому приходится различать истинную температуру плазмы (определяемую энергией движения нейтральных частиц) и электронную температуру, определяемую энергией электронов, — одна может сильно отличаться от другой.

При повышении температуры газа до десятков тысяч градусов плазма (практически стопроцентная) образуется за счет энергии беспорядочного движения атомов (при их соударениях). При комнатной же температуре такая ионизация (тепловая) выражена очень слабо и плазма существует только при самостоятельном разряде — если снять электрическое поле, то рекомбинация быстро приводит к исчезновению плазмы. При хорошей электропроводимости сильно ионизированной плазмы она позволяет получать громадные токи и весьма высокие температуры (тысячи градусов в обычной вольтовой дуге, сотни тысяч (и даже миллионы) в специальных установках, где ведутся поиски условий для создания управляемых термоядерных реакций).

Во Вселенной плазма очень распространена — все раскаленные небесные тела состоят из плазмы.

Свойства плазмы, интересные с точки зрения атомной и ядерной физики, будут изучены позже.

3.5. ТОК В ВАКУУМЕ. ЭЛЕКТРОННЫЕ ЛАМПЫ

Практически важным типом несамостоятельного разряда является ток в вакуумных приборах, где давление понижено до такой степени, что можно не считаться с остатками газа (хотя даже при

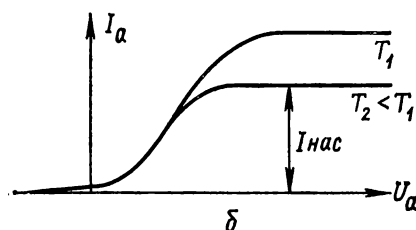
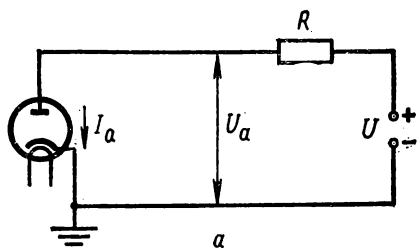


Рис. 3.9

нить, окруженная нагреваемым ею тонкостенным цилиндром, покрытым слоем оксидов. В обоих случаях катод окружен металлическим цилиндром (анодом), на который обычно подают положительный относительно катода потенциал.

В этом случае (рис. 3.9, а) в анодной цепи, содержащей какой-либо рабочий участок (резистор, колебательный контур и т. д.), течет некоторый ток I_a . Если на анод подать отрицательный потенциал, то электрическое поле между анодом и катодом затормозит вылетающие электроны и ток полностью прекратится («запирание» лампы). При этом в лампе накапливается некоторое количество электронов, покинувших катод (электронное облако). При увеличении потенциала анода U_a облако постепенно рассеивается, сила тока через лампу увеличивается; она сложно зависит от анодного потенциала, так как движение электронов через лампу определяется не только внешним полем, но и полем, созданным электронным облаком; это поле, конечно, препятствует движению электронов. Поэтому вольт-амперная характеристика (рис. 3.9, б) лампы нелинейна.

При достаточно большом потенциале анода облако полностью рассасывается; все электроны, вылетевшие из катода в единицу времени, достигают анода — получается ток насыщения.

Сила тока насыщения, конечно, сильно зависит от температуры T катода. Плотность тока описывается уравнением

$$j_{\text{нас}} = AT^2 \exp\left(-\frac{eU_k}{kT}\right),$$

где A — постоянная, kT — средняя энергия беспорядочного движения атомов металла около их положения равновесия, eU_k —

наилучших современных разрежениях — $10^{-6} \dots 10^{-7}$ Па — в единице объема еще остается громадное число молекул — около 10^{14} м $^{-3}$); такое состояние называют *техническим вакуумом*.

Для получения разряда необходимо ввести в вакуум заряженные частицы. Обычно это электроны, освобождаемые из катода либо при его нагревании (термоэлектронная эмиссия), либо при освещении подходящим по составу светом (фотоэмиссия).

В вакуумных термоэмиссионных приборах (электронных лампах) источником электронов (катодом) служат либо металлическая нить, нагреваемая вспомогательным током, либо подобная

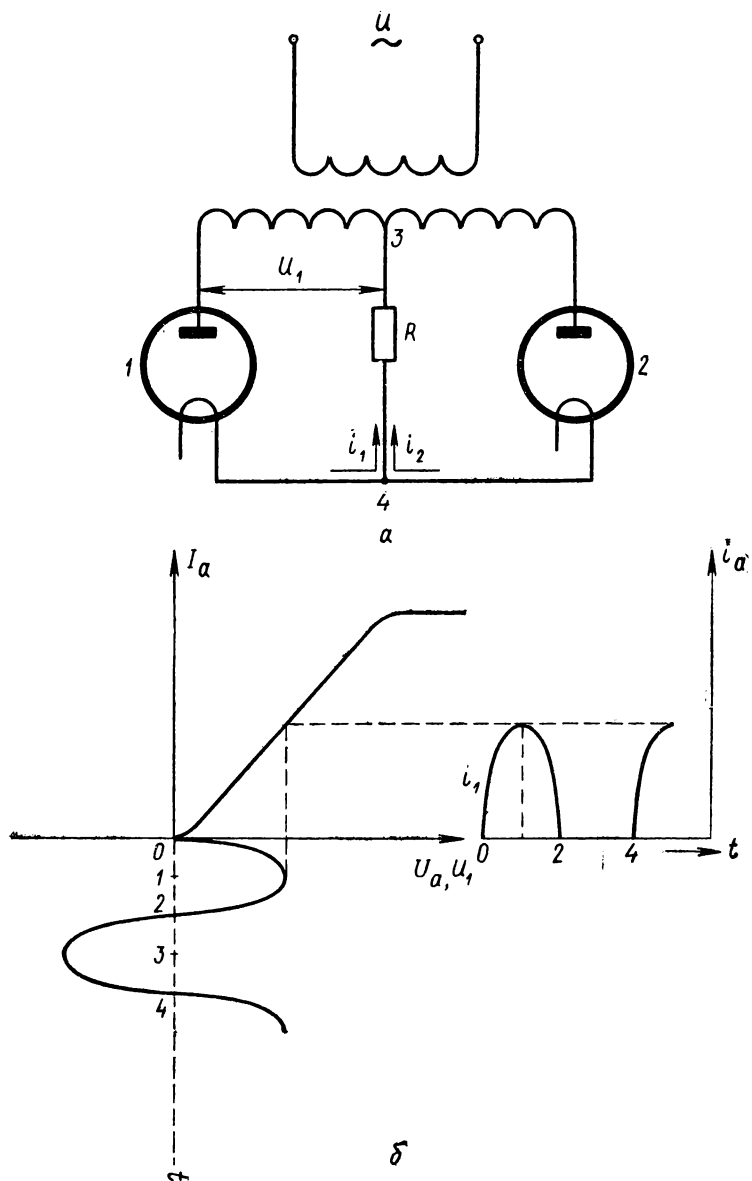


Рис. 3.10

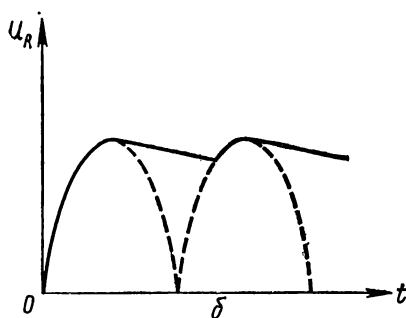
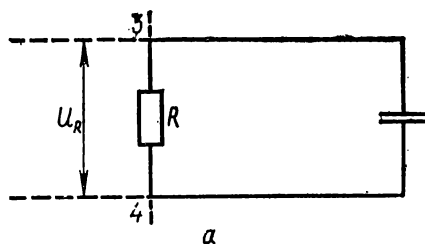


Рис. 3.11

работа, необходимая для вылета электрона из металла. При вылете электрона металл заряжается положительно и на границе металл — вакуум возникает скачок потенциала U_k , препятствующий дальнейшему вылету электронов и удерживающий уже вылетевшие немногочисленные электроны вблизи границы. Чтобы преодолеть этот скачок потенциала, нужно совершить так называемую работу выхода. У чистых металлов работа выхода составляет несколько электрон-вольт ($1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$).

У оксидов работа выхода значительно меньше, что облегчает термоэмиссию электронов и снижает расход энергии на нагревание катода.

Рассмотренная двухэлектродная лампа (диод) позволяет решить две технически важные задачи: получить на нагрузке постоянное во времени напряжение при подаче на лампу переменного напряжения (такие схемы называют выпрямителями) или выделить полезную часть радиосигнала (такие схемы называют детекторами, см. гл. 11).

На рисунке 3.10, а изображена схема выпрямителя. На лампу 1 подается переменное напряжение с одной половины обмотки трансформатора (оно меняется во времени по закону косинуса). В цепь лампы включена нагрузка, напряжение на которой должно быть постоянным (хотя бы по знаку).

На вспомогательном графике (рис. 3.10, б) вместе с вольт-амперной характеристикой $I_a = f(U_a)$ изображена (внизу слева) зависимость питающего напряжения от времени $u_1 = \varphi(t)$, справа — зависимость от времени тока $i_a = \psi(t)$ (и, следовательно, напряжения U_R на нагрузке); эта зависимость определена графически при помощи двух первых кривых. Ток в нагрузке существует только в те полупериоды изменений напряжения u_1 , когда потенциал анода положителен (относительно катода).

Получающиеся паузы тока можно устранить, применив вторую лампу 2; она должна работать как раз в то время, когда первая лампа «заперта». В этом случае нагрузка обтекается пульсирующим током (рис. 3.11, б).

Для сглаживания пульсаций к нагрузке подключается «фильтр» (в простейшем случае — конденсатор достаточно большой емкости) (рис. 3.11, а). Он заряжается через работающую лампу, когда по-

тенциал ее анода возрастает. Когда же напряжение на лампе падает, то конденсатор (через лампу он разрядиться не может!) будет разряжаться через резистор. Если постоянная времени RC достаточно велика по сравнению с периодом переменного напряжения, то напряжение на конденсаторе (и нагрузке) не успевает заметно снизиться до возникновения новой зарядки.

На рисунке 3.11, б пунктиром показано изменение напряжения U_R при отсутствии конденсатора, сплошной линией — при $C > 0$.

Улучшенные типы фильтров, позволяющие практически устранить пульсации напряжения, рассматриваются в курсе радиотехники.

Если впаять в лампу вспомогательные электроды, расположив их между катодом и анодом, и подать на них подходящие потенциалы, то лампа приобретает ряд новых полезных для практики свойств. Свойства трехэлектродной лампы и некоторые ее применения будут рассмотрены при изучении электромагнитных колебаний (гл. 11).

3.6. ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Важнейшими представителями полупроводников являются элементы четвертой группы таблицы Менделеева: германий (Ge), атомный номер которого $Z=32$, и кремний (Si; $Z=14$): у обоих элементов на внешней электронной оболочке атомов имеется по четыре электрона. По значению электрической проводимости они занимают промежуточное положение между диэлектриками и металлами. В дальнейшем для определенности мы будем рассматривать германий, что в принципе не ограничивает общности.

Кристаллическая решетка германия состоит из атомов, окруженных четырьмя соседями, каждый из которых взаимодействует с данным атомом двухэлектронными (ковалентными) связями. Таким образом, если бы кристаллическая решетка германия была идеальной, то его электрическая проводимость равнялась нулю, так как все внешние электроны были бы связаны. На рисунке 3.12 схематически показана структура германия. Свободных носителей заряда нет, в отличие от металла, где обычно каждый атом кристаллической решетки теряет по электрону. Этим полупроводник сродни любому диэлектрику. Но между ними есть и существенная разница. Энергия ΔW , необходимая для разрыва электронной связи между атомами полупроводника, т. е. энергия, достаточная для освобождения электрона, в полупроводнике существенно меньше, чем в диэлектрике. Поэтому внешние воздействия на полупроводник (например, его нагревание, освещение, помещение в сильное электрическое поле) могут легче «оторвать» некоторые электроны от атомов, сделав их свободными. Так, при нагревании германия ($\Delta W \approx 0,72$ эВ) возможен разрыв одной из связей (пунктир на рис. 3.12 справа) и освобождение соответствующего электрона.

При комнатной температуре ($T \approx 300$ К) за счет средней энер-

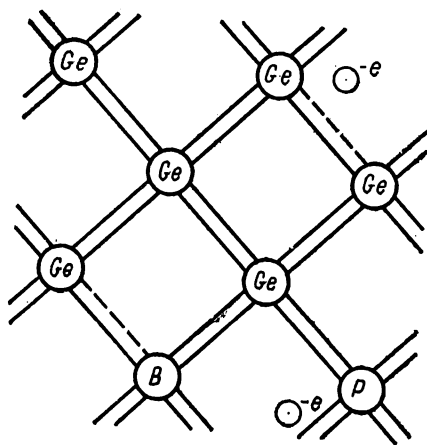


Рис. 3.12

гии беспорядочного движения атомов кристалла около их положения равновесия (kT) разорвано около 10^{19} связей между атомами германия в 1 м^3 и освобождено тем самым такое же количество электронов. Если создать в германии внешнее электрическое поле, то такие электроны обеспечат электропроводимость полупроводника. Часть термически генерированных свободных электронов может со временем вновь попасть на атомы с «разорванными» связями (ведь такой атом — не что иное, как положительный ион, притягивающий свободные электроны), т. е. рекомбинировать. Одновременно новые электроны будут освобождаться за счет тепловых колебаний решетки, и при постоянной температуре концентрация свободных электронов остается постоянной. Но нарушенные связи могут заполниться не только свободными электронами (которых относительно мало), но и за счет перехода соседних электронов, связанных с атомами. Тогда нарушенная связь, создающая положительный заряд в данном месте кристалла, будет перемещаться в направлении, противоположном направлению перемещения электронов. Ее образно называют *дыркой*. При создании электрического поля дырка движется в направлении, противоположном движению электрона, т. е. по направлению силовых линий поля, что увеличивает удельную электрическую проводимость, равную

$$\gamma = e_- n_- \mu_- + e_+ n_+ \mu_+.$$

Концентрация n_+ дырок при такой «собственной» — электронно-дырочной — проводимости равна концентрации электронов n_- ; заряды их также равны по абсолютному значению, а подвижности μ_+ и μ_- (несмотря на то, что движение каждой дырки на самом деле представляет собой своеобразное «эстафетное» движение многих электронов) оказываются близкими. Поэтому в первом приближении можно считать, что собственная удельная проводимость полупроводника вдвое больше электронной.

Концентрация носителей заряда растет с повышением температуры по закону:

$$n \sim \exp \left(-\frac{\Delta W}{kT} \right).$$

С увеличением числа носителей возрастает и электрическая проводимость кристалла. Однако при комнатной температуре она значительно меньше проводимости металлов.

Если кристалл содержит примеси, то это может увеличить концентрацию носителей. Действительно, пусть в одном из узлов решетки находится вместо атома германия (четвертая группа системы Менделеева), например, атом фосфора Р (пятая группа), тогда один из электронов оболочки атома фосфора будет лишним. Он может принять участие в проводимости.

Из-за высокой диэлектрической проницаемости полупроводника (например, у Ge $\epsilon=16$) кулоновское притяжение к ядру Р у такого электрона невелико и необходимая для отрыва электрона (для ионизации примесного атома) энергия оказывается много меньше ΔW ($\approx 0,01$ эВ). При комнатной температуре все примесные атомы ионизируются и создают равное им количество свободных электронов. Проводимость, источниками которой являются примесные атомы с лишними электронами (их называют донорами — дающими), называется *примесной* проводимостью электронного (донорного) типа или *n*-типа (от латинского *negativus*, т. е. отрицательный).

Напротив, если атом германия будет заменен, например, бором В — атомом из третьей группы, то одна связь будет не заполнена (дырка). Электроны соседних атомов могут заполнить эту связь, создавая дырку в другом месте. При создании поля возникает ток «свободных» дырок, соответствующий проводимости положительных зарядов; ее называют проводимостью *p*-типа (от *positivus* — положительный), *дырочной* или *акцепторной* проводимостью, так как примесный атом с недостающим электроном называется акцептором (получающим).

В случае примесной проводимости число электронов уже не равно числу дырок. При достаточно большой концентрации одного типа примесей такая проводимость оказывается значительно выше собственной и осуществляется либо электронами, либо дырками. Она и используется в подавляющем большинстве полупроводниковых приборов.

Из сказанного ясно, что ход температурной зависимости сопротивления полупроводника существенно отличен от аналогичной зависимости для металла: при увеличении температуры сопротивление не растет, а (в определенном диапазоне температур) экспоненциально падает. Для чистого германия при комнатной температуре удельное сопротивление $\rho \approx 0,5$ Ом·м, для германия, легированного примесями, оно обычно существенно меньше (0,01 Ом·м).

Есть и еще одна значительная особенность — подвижность носителей заряда в полупроводнике зависит от напряженности электрического поля уже в достаточно малых полях, поэтому закон Ома для таких материалов верен только в ограниченной области изменения поля.

Очень интересные и практически важные процессы разыгрываются на границе двух полупроводников разных типов проводимости или на границе полупроводника с металлом. Если граница разделяет области с *p*- и *n*-проводимостью, то электроны из *n*-германия переходят в *p*-германий, а дырки перемещаются в обратном направ-

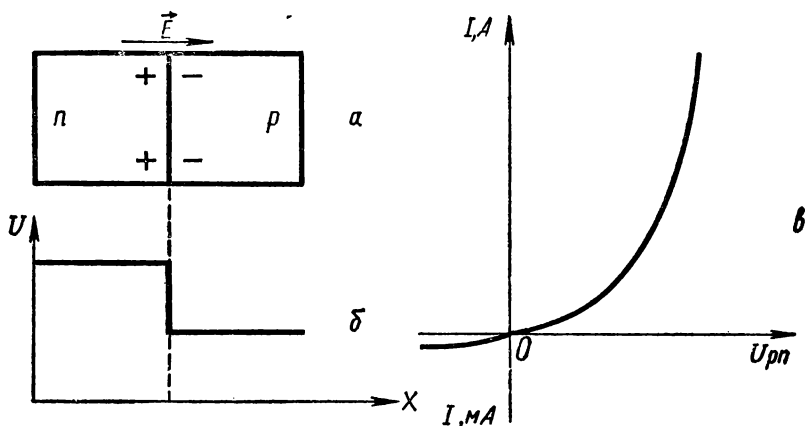


Рис. 3.13

лении. При этом на границе возникает электрическое поле напряженностью \vec{E} , направленной из n -германия к p -германию (рис. 3.13, а), и скачок потенциала, показанный на потенциальной диаграмме (рис. 3.13, б). Так как поле препятствует дальнейшему самопроизвольному переходу зарядов, то создается устойчивое состояние.

Такой контакт двух полупроводников называют p — n -переходом; он обладает односторонней проводимостью. Если к переходу приложить разность потенциалов так, чтобы более высокий потенциал соответствовал p -области, то электроны и дырки будут легко проходить через p — n -переход, увлекаемые внешним электрическим полем,— в этом случае переход обладает малым сопротивлением. При противоположной полярности внешнее поле будет препятствовать проникновению через переход как электронов, так и дырок,— переход окажется «закрытым», т. е. обладающим большим сопротивлением.

На рисунке 3.13, в приведена вольт-амперная характеристика перехода; она существенно нелинейна. Естественно, что полупроводниковый прибор с такой характеристикой (полупроводниковый диод) может быть использован подобно электровакуумному диоду для выпрямления тока и других применений.

Зависимость концентрации свободных носителей в полупроводниках от внешних условий в свою очередь определяет их широкое применение. Например, воздействие света приводит к увеличению проводимости (явление фотопроводимости) и используется для регистрации света; зависимость проводимости от температуры используется для измерения температуры (термисторы) и т. д.

Строгое рассмотрение электропроводимости полупроводников возможно лишь при квантовомеханическом подходе, поэтому мы вернемся к этому вопросу в «Молекулярной физике».

4.1. ЗАКОН АМПЕРА. ИНДУКЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Постоянные магниты и их способность взаимодействовать друг с другом и с железом были известны очень давно. Но только в 1820 г. датский физик Х. Эрстед обнаружил, что прямолинейный ток взаимодействует с магнитной стрелкой, причем последняя устанавливается в плоскости, перпендикулярной оси тока.

В 1820—1823 гг. французский физик А. А м п е р (1775—1836), развивая и уточняя наблюдения Эрстеда, нашел, что токи взаимодействуют не только с постоянными магнитами, но и друг с другом, что оказалось гораздо более важным.

Общий характер взаимодействия токов проявляется в следующем обобщающем опыте: вблизи неподвижной катушки $K1$ (рис. 4.1) находится подвижная катушка $K2$. При пропускании токов по обеим катушкам вторая либо притягивается к первой, надеваясь на нее, либо же (это зависит от направления токов в катушках) сначала отталкивается, одновременно поворачиваясь на 180° , и лишь потом притягивается к неподвижной катушке. Если заполнить полость первой катушки стальным сердечником, то взаимодействие заметно усиливается. Можно опытным путем обнаружить и зависимость взаимодействия от силы токов в катушках — оно растет с увеличением силы токов.

Описанную сложную картину мы исследуем по частям. Условимся на последующих рисунках, когда провод с током перпендикулярен чертежу, в сечении провода ставить точку, если ток направлен к читателю; при противоположном направлении тока ставить крестик. Такая же символика будет применяться и для обозначения линий электрической и магнитной напряженности и индукции.

Начнем с изучения взаимодействия параллельных токов. Закрепив один из проводов и помещая другой на некотором

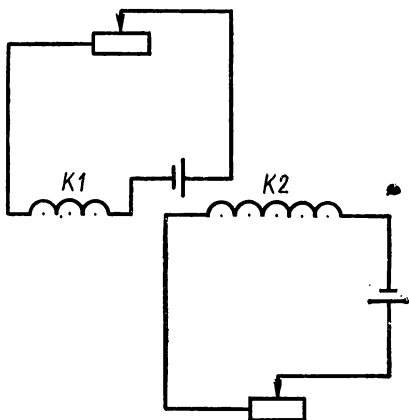


Рис. 4.1

расстоянии R , мы обнаружим притяжение токов одинакового направления и отталкивание антипараллельных токов. Сила взаимодействия пропорциональна силе токов и убывает при увеличении расстояния между ними. Если один из проводов перемещать по окружности с центром на оси другого провода, то сила остается постоянной по модулю. В дальнейшем, если не сделано специальной оговорки, провода мы будем считать бесконечно тонкими (линейные токи).

Во времена Ампера полагали, что всякая физическая теория должна строиться по образцу ньютоновской механики. Поэтому Ампер ввел понятие (подобное элементарной массе) элемента тока $I d\vec{l}$; модуль его равен силе тока, умноженной на длину элементарного отрезка провода dl ; вектор $d\vec{l}$ направлен параллельно вектору плотности тока. Ампер считал, что взаимодействие токов можно описать, найдя векторную сумму элементарных взаимодействий между элементами токов. Но позже оказалось, что более плодотворна и более близка к истине другая точка зрения, — ею мы и будем пользоваться в дальнейшем.

С этой точки зрения одновременно и неразрывно с током I (рис. 4.2) в окружающей его среде (и в вакууме) существует новая форма материи — магнитное поле тока. Воздух по своим магнитным свойствам весьма близок к вакууму, поэтому опыты, произведенные в воздухе, дают практически такие же результаты, какие дали бы опыты, проведенные в вакууме.

При помещении в это поле другого тока I_1 оно проявляет себя силовым действием на этот ток. Характеристикой, определяющей в каждой точке силовое действие магнитного поля, является его *магнитная индукция* \vec{B} . Закон, установленный Ампером, в этой трактовке имеет вид

$$d\vec{F} = I_1 [d\vec{l} \vec{B}], \quad (4.1)$$

где $d\vec{F}$ — сила, испытываемая элементом тока $I_1 d\vec{l}$. Индукция \vec{B} , характеризующая магнитное поле тока I в окрестностях элемента тока $I_1 d\vec{l}$, зависит от силы тока I и формы контура, обтекаемого этим током.

Так как единицы длины, силы тока и силы уже выбраны, то из закона Ампера (4.1) определяется единица магнитной индукции: при $dl=1$ м, $I=1$ А, $F=1$ Н и $d\vec{l} \perp \vec{B}$ магнитное поле имеет единичную индукцию: $B=1$ Н/(А·м). Единица магнитной индукции называется *т е с л а* (Тл).

1 Тл — довольно большая индукция. Мощные электромагниты создают поля с индукцией порядка 10 Тл. В небольшом объеме (несколько кубических сантиметров) можно возбудить кратковременно существующее (сотые доли секунды) поле с индукцией до 10^3 Тл.

Из рисунка 4.2 видно, что при выбранном направлении тока I

вектор \vec{B} направлен по касательной к окружности, по которой перемещался ток I_1 , и ориентирован по часовой стрелке. Это позволяет установить простое «правило буравчика»: если вращать правый штопор (буравчик) так, чтобы он поступательно перемещался в направлении тока, то возникающая индукция направлена по движению ручки штопора. Если же вращать ручку штопора в плоскости контура тока в направлении тока, то поступательное движение штопора совпадает с направлением вектора индукции внутри контура.

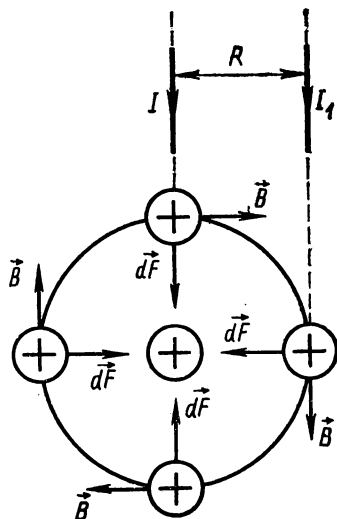
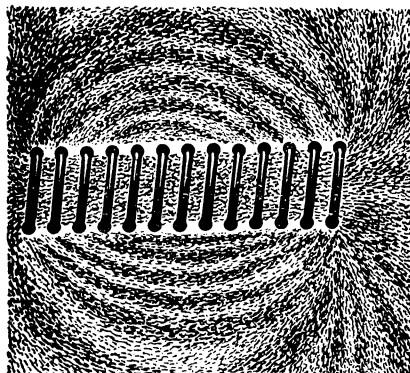
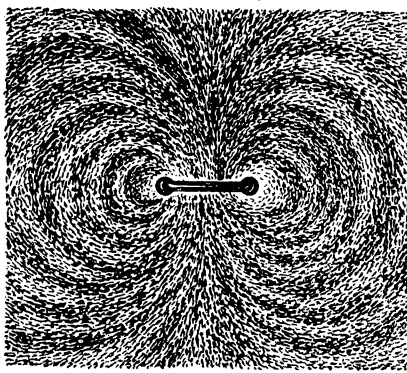


Рис. 4.2

Для запоминания закона Ампера полезно также «правило левой руки»: расположим три пальца левой руки взаимно перпендикулярно, назвав их (по алфавиту): большой — движение (т. е. сила, способная привести провод в движение), указательный — поле (индукция), средний — ток (точнее, плотность тока). Если расположить любые два пальца по заданным направлениям, то третий палец укажет неизвестное третье направление. Как показывает опыт, магнитная стрелка устанавливается вдоль вектора магнитной индукции. Поэтому она может служить для исследования магнитного поля в соответствующей точке. Для такого же зондирования можно применять и небольшой виток с током. Как мы увидим ниже, он ориентируется так, чтобы линии магнитной индукции внешнего поля, пронизывающие его плоскость, были параллельны линиям магнитной индукции его собственного поля.



а



б

Рис. 4.3

Если вблизи того или иного контура поместить стальные опилки, то они будут вести себя подобно небольшим магнитным стрелкам и установятся вдоль линий магнитной индукции, давая наглядную картину распределения поля. На рисунке 4.3, а, б представлены подобные картины для катушки (с неплотной намоткой) и для одиночного витка, расположенного в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа.

При заполнении сталью части пространства, где существует магнитное поле тока, сила, испытываемая другим током в этом поле, увеличивается. Поэтому следует считать, что индукция магнитного поля зависит от среды, в которой это поле существует.

Замкнутость линий магнитной индукции (см. рис. 4.2) не случайна, а является их важнейшей особенностью, сохраняющейся во всех случаях — в однородных и неоднородных средах, в постоянных и меняющихся во времени магнитных полях (см. § 4.4).

4.2. КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В § 4.1 мы рассматривали действие магнитного поля на прямолинейный участок контура тока. В действительности контуры постоянного тока всегда замкнуты. Выясним, как ведет себя плоский контур в постороннем однородном ($\vec{B} = \text{const}$) магнитном поле. Пусть контур сначала расположен в плоскости линий магнитной индукции (рис. 4.4).

Разобьем контур на полоски высотой dh и рассмотрим одну из них. На элемент $d\vec{l}_1$ действует сила Ампера, направленная за плоскость чертежа:

$$d\vec{F}_1 = I [d\vec{l}_1 \vec{B}]; \quad dF_1 = I dl_1 B \sin \alpha_1 = IB dh.$$

На элемент dl_2 действует сила, направленная от плоскости чертежа:

$$d\vec{F}_2 = I [d\vec{l}_2 \vec{B}]; \quad dF_2 = IB dl_2 \sin \alpha_2 = IB dh.$$

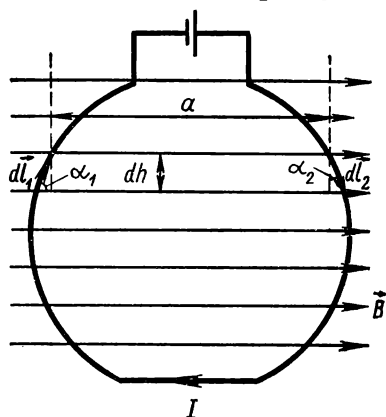


Рис. 4.4

Обе силы равны по модулю и антипараллельны; они образуют пару сил, создающую вращающий момент:

$$dM = IB dh a = IB dS, \quad (4.2)$$

где dS — площадь полоски. Этот результат верен и для всех остальных элементарных полосок.

Суммарный вращающий момент, действующий на контур с током, равен

$$M = \int I B dS = IBS, \quad (4.3)$$

где S — площадь, охватываемая кон-

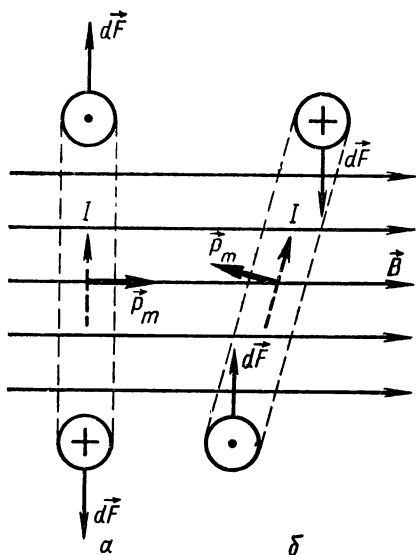


Рис. 4.5

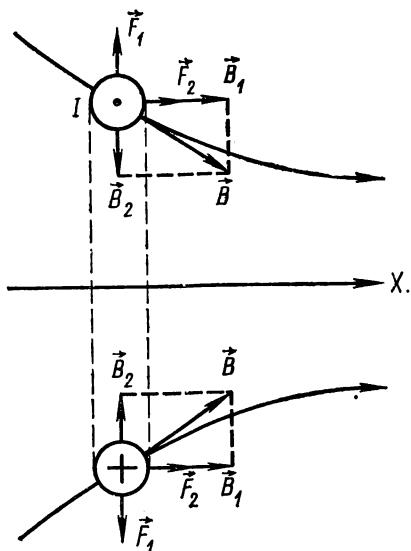


Рис. 4.6

туром. Замечательно, что полученный результат не зависит от формы контура.

Итак, в однородном магнитном поле контур с током испытывает действие вращающего момента и (если нет препятствий движению) поворачивается, но не испытывает поступательного ускорения.

Полезно ввести понятие *магнитного момента* контура тока, равного

$$\vec{p}_m = I\vec{S}, \quad (4.4)$$

где $\vec{S} = S\vec{n}$ (\vec{n} — вектор, нормальный к плоскости контура и совпадающий с направлением линий индукции собственного магнитного поля тока внутри контура, — правило буравчика!). Мы будем считать его приложенным к произвольной точке плоскости, охватываемой контуром. В частности, магнитный момент \vec{p}_m кругового тока обычно считают приложенным в центре окружности. Тогда

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]. \quad (4.5)$$

Контур с током поворачивается так, чтобы внутри контура индукция \vec{B} внешнего магнитного поля оказалась параллельна индукции собственного магнитного поля контура; такое положение является положением устойчивого равновесия. В положении равновесия на контур действуют силы Ампера, стремящиеся разорвать его (рис. 4.5, а). Если бы мы повернули контур вокруг оси, перпендикулярной к чертежу, на 180° , то он подвергался бы действию сжимающих сил, но это положение было бы неустойчиво (рис. 4.5, б).

Реальные поля обычно неоднородны. Допустим, что в неоднородном поле контур уже повернулся, так что он расположен перпендикулярно чертежу. Индукцию \vec{B} поля, действующего на какой-либо элемент тока (рис. 4.6), можно разложить на составляющую \vec{B}_1 (параллельную оси x) и составляющую \vec{B}_2 (перпендикулярную оси x). Поле с индукцией \vec{B}_1 вызовет появление силы \vec{F}_1 , растягивающей контур. Поле с индукцией \vec{B}_2 создаст силу \vec{F}_2 , сообщаящую элементу тока ускорение. В результате контур будет растягиваться в собственной плоскости и перемещаться в область более сильного внешнего поля.

Можно показать, что сумма всех сил \vec{F}_{zi} , действующих на контур, равна

$$\sum \vec{F}_{zi} = p_m \frac{d\vec{B}}{dx}, \quad (4.6)$$

если $\frac{d\vec{B}}{dx}$ можно считать одинаковым по всей площади контура.

Следует подчеркнуть, что элементарная сила Ампера, в отличие от электростатической силы, не является центральной — она направлена перпендикулярно к линиям индукции магнитного поля в рассматриваемой точке поля.

4.3. РАБОТА СИЛЫ АМПЕРА. МАГНИТНЫЙ ПОТОК

При перемещении провода с током под действием силы Ампера совершается некоторая работа. Найдем ее для простого частного случая. Контур тока состоит из источника ЭДС \mathcal{E} , двух параллельных рельсов и подвижного участка, способного перемещаться по рельсам (рис. 4.7). Пусть линии индукции внешнего магнитного поля, пронизывающего контур, нормальны чертежу и поле однородно ($\vec{B} = \text{const}$). Пусть ток, текущий по контуру, постоянен и равен I . Сила Ампера

$$\vec{F} = I [\vec{h} \vec{B}]$$

заставит провод длиной h перемещаться вправо. Элементарная работа силы есть

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = IB dlh = IB dS.$$

Введем понятие *магнитного потока* (потока вектора магнитной индукции) через элементарную

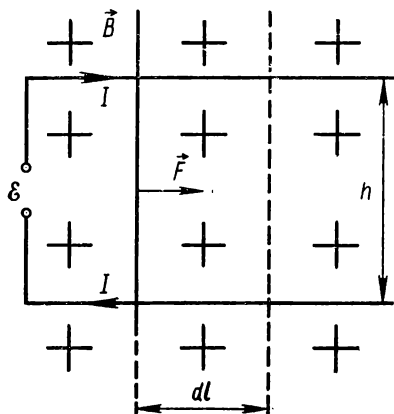


Рис. 4.7

площадку dS :

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (4.7)$$

Тогда элементарную работу силы Ампера можно представить как произведение силы тока и изменения магнитного потока через площадь контура тока:

$$dA = Id\Phi.$$

Если перемещение провода конечно, то работа равна

$$A = I \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = I\Delta\Phi. \quad (4.8)$$

Из уравнения (4.7) можно установить единицу магнитного потока. При $B=1$ Тл и $S=1$ м² (вектор магнитной индукции нормален к поверхности S) $d\Phi=1$ Тл·1 м².

Эта единица магнитного потока называется вебером (Вб).

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2 = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{А}} = 1 \text{ В} \cdot \text{с}.$$

Если в магнитном поле находится контур, состоящий из витков, каждый из которых пронизывается магнитным потоком Φ_i , то сумма этих потоков называется *потокосцеплением*:

$$\sum \Phi_i = \Phi_{\text{сц}} \quad (4.9)$$

(подразумевается «сцепление» линий магнитной индукции с проводниками контура). В частном случае равенства всех отдельных потоков ($\Phi_i = \Phi_1$) получается:

$$\Phi_{\text{сц}} = N\Phi_1. \quad (4.10)$$

Работа при перемещении такого контура определяется величиной

$$A = I\Delta\Phi_{\text{сц}},$$

где $\Delta\Phi_{\text{сц}}$ — изменение потокосцепления при перемещении контура.

При повороте контура (рис. 4.4) в положение, показанное на рисунке 4.5, вращающий момент сил Ампера совершает работу, равную

$$A = - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 M \sin \beta d\beta = p_m B \cos \beta \Big|_{\frac{\pi}{2}}^0 = I\Delta\Phi$$

(β — угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B}). Эта работа совпадает с той, которая вычисляется по формуле (4.8).

Для удаления контура, пронизанного потокосцеплением $\Phi_{\text{сц}}$ и несущего постоянный ток I , из магнитного поля в область, где это поле отсутствует, нужно совершить работу против сил поля, равную

$$A = - I\Phi_{\text{сц}}.$$

Следовательно, контур, находящийся в постороннем магнитном поле, обладает дополнительной энергией, равной

$$W = I\Phi_{\text{сц}}. \quad (4.11)$$

Мы все время подчеркивали, что в рассматриваемых случаях ток I постоянен. В главе 7 мы увидим, что на самом деле он должен меняться, если его постоянство не обеспечивается либо за счет дополнительной работы источника тока, либо за счет бесконечно малой скорости передвижения провода («квазистационарность» процесса).

4.4. ВИХРЕВОЙ ХАРАКТЕР МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ. ЗАКОН БИО — САВАРА — ЛАПЛАСА

Вводя понятие магнитной индукции поля (см. § 4.1), мы обнаружили, что линии индукции замкнуты сами на себя, а взаимодействие тока с полем (и, следовательно, индукция) зависит от среды, где существует магнитное поле.

Замкнутость линий магнитной индукции (или уход обоих концов на бесконечность) является их важнейшей особенностью, которая приводит к резкому отличию свойств магнитного поля от свойств потенциального электрического поля.

Магнитное поле называют *вихревым* (реже — соленоидальным), подчеркивая этим термином замкнутость линий магнитной индукции. Вследствие этой замкнутости циркуляция вектора магнитной индукции может отличаться от нуля: для этого достаточно, чтобы контур, по которому вычисляется циркуляция, совпадал с одной из линий магнитной индукции (всегда замкнутой на себя). Поэтому (в отличие от электростатического поля) магнитное поле нельзя охарактеризовать в каждой точке однозначно заданным значением потенциала.

Вследствие той же замкнутости линий магнитной индукции магнитный поток через любую замкнутую поверхность тождественно равен нулю:

$$\Phi = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_S B_n dS \equiv 0. \quad (4.12)$$

Это означает, что в природе не существует магнитных зарядов. (Их существование допускалось ранее по аналогии с электрическими зарядами. Однако позже было выяснено, что все постоянные во времени магнитные поля связаны либо с макроскопическими токами, либо с микротоками, т. е. с электрическими зарядами, движущимися внутри атомов и молекул.)

Одной из основных задач электромагнетизма является расчет магнитных полей по заданным токам. Эта задача была решена П. Лапласом (1749—1827), опиравшимся на экспериментальные данные Ампера, Био и Савара. Эти ученые установили, что в безграничной однородной среде магнитная индукция \vec{B} , связанная с некоторым макроскопическим током I , может быть найдена как

векторная сумма элементарных индукций $d\vec{B}$, связанных с элементами тока $I d\vec{l}$. В точке A , положение которой характеризуется радиус-вектором \vec{R} (рис. 4.8), элементарная индукция определяется законом Био — Савара — Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \frac{[d\vec{l}\vec{R}]}{R^3}. \quad (4.13)$$

Полная индукция находится суммированием выражений (4.13) по всем элементам замкнутого контура тока:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \oint \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \frac{[d\vec{l}\vec{R}]}{R^3}. \quad (4.14)$$

Безразмерная величина μ называется *относительной магнитной проницаемостью* (для вакуума $\mu=1$). Размерная величина μ_0 называется *магнитной постоянной вакуума*. Она равна:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м/А}. \quad (4.15)$$

Более удобное для практики наименование μ_0 будет дано позже.

Рассмотрим несколько примеров применения закона Био — Савара — Лапласа:

1. Индукция в центре кругового тока I радиусом R_0 . Здесь все элементы $d\vec{l}$ перпендикулярны \vec{R}_0 и все элементарные слагаемые $d\vec{B}$ параллельны друг другу. Поэтому получается:

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{4\pi R_0^2} \int_0^{2\pi R_0} dl = \mu\mu_0 \frac{I}{2R_0} = \mu\mu_0 \frac{p_m}{2\pi R_0^2}. \quad (4.16)$$

2. Индукция на оси кругового тока. Два диаметрально противоположные элемента $d\vec{l}_i$ создают симметрично расположенные элементарные индукции $d\vec{B}_i$ (рис. 4.9), так что их векторная сумма направлена по оси тока. Ее модуль равен:

$$dB = 2dB_i \sin \alpha = \mu\mu_0 \frac{I}{2\pi} \frac{dl \sin \alpha}{(R_0^2 + h^2)^2} = \mu\mu_0 \frac{I}{2\pi} \frac{R_0 dl}{(R_0^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Поэтому полная индукция получается равной

$$B = \int_0^{\pi R_0} dB = \mu\mu_0 \frac{p_m}{2\pi} \frac{1}{(R_0^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (4.17)$$

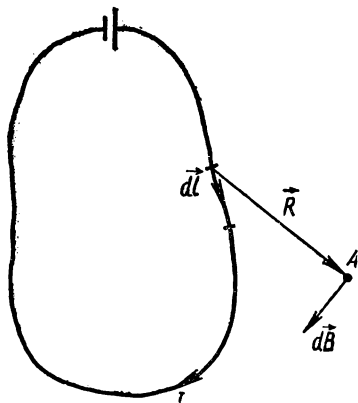


Рис. 4.8

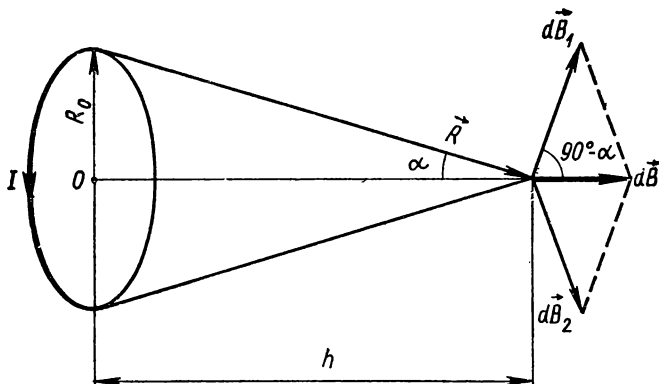


Рис. 4.9

При достаточно больших h индукция оказывается обратно пропорциональной третьей степени расстояния точки до плоскости контура. При $h \rightarrow 0$ получается уже известный результат (4.16).

3. Индукция прямолинейного тока. Здесь трудность расчета возникает из-за непостоянства α и \vec{R} при переходе от одного элемента тока к другому, что хорошо видно на рисунке 4.10. Выразим все переменные через угол φ . Элементарные индукции $d\vec{B}_i$ параллельны друг другу (и перпендикулярны плоскости чертежа). Так как $\sin \alpha = \cos \varphi$; $l = R_0 \operatorname{tg} \varphi$; $dl = \frac{R_0 d\varphi}{\cos^2 \varphi}$; $R = \frac{R_0}{\cos \varphi}$, то, подставляя эти выражения в формулу (4.14), получаем:

$$B = \int dB_i = \mu\mu_0 \frac{I}{4\pi R_0} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \varphi d\varphi.$$

При конечной длине провода

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{4\pi R_0} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1).$$

Если же провод неограниченно длинный, то пределы интегрирования делаются равными $\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$ и $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$, а потому

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2\pi R_0}. \quad (4.18)$$

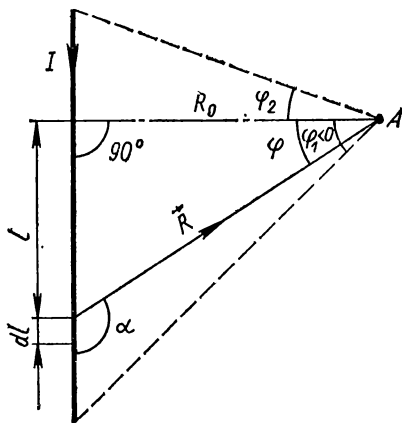


Рис. 4.10

4. Индукция на оси круговой катушки радиусом R , имеющей n витков на единицу длины (рис. 4.11), находится таким же образом. Элементарный круговой ток равен $I n dl$, где I — сила тока, обте-

кающего катушку. Создаваемая им элементарная магнитная индукция в точке A на оси катушки равна (см. 4.17)

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{R_0^2}{r^3} I n dl.$$

Выражая все переменные величины через угол α , получаем

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}; \quad l = R_0 \operatorname{ctg} \alpha; \quad dl = -\frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Поэтому полная индукция в точке A равна

$$\begin{aligned} B &= \int dB = -\mu\mu_0 \frac{In}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{2} In (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) = \\ &= \frac{\mu\mu_0}{2} In \left[\frac{l_2}{\sqrt{R^2 + l_2^2}} + \frac{l_1}{\sqrt{R^2 + l_1^2}} \right]. \end{aligned}$$

В средней части катушки ($l_1 = l_2 = 0,5 L$) получается:

$$B_{cp} = \mu\mu_0 In \frac{L}{2} \frac{1}{\sqrt{R^2 + (0,5L)^2}}.$$

Если катушка длинная и узкая ($L \gg R$), то выражение для индукции в средней части катушки значительно упрощается:

$$B_{cp} = \mu\mu_0 In. \quad (4.19)$$

У краев такой катушки индукция оказывается вдвое меньше. Однако заметное изменение индукции происходит лишь вблизи концов. Поэтому при приближенных расчетах выражение (4.19) часто применяют ко всей катушке в целом.

У большинства однородных изотропных сред относительная магнитная проницаемость μ очень мало отличается от единицы.

В ферромагнитных средах относительная магнитная проницаемость μ велика (до десятков тысяч) и сложным образом зависит от индукции, что существенно усложняет расчеты магнитных полей в ферромагнетиках, т. е. в самых интересных для практики случаях.

В неизотропных однородных

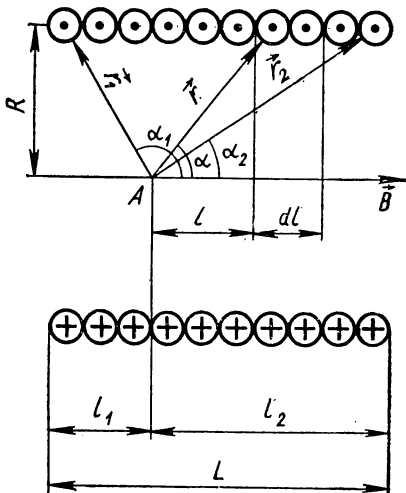


Рис. 4.11

средах проницаемость в различных направлениях неодинакова. Эти сложные случаи мы изучать не будем.

Если контур тока окружен средами с различными магнитными проницаемостями, то непосредственное применение уравнения (4.14) невозможно.

В этом случае индукция оказывается больше, чем она была бы в вакууме, но меньше, чем она оказалась бы в однородной среде с самой большой относительной проницаемостью μ .

Однако весьма важно, что и в этом случае линии индукции оказываются замкнутыми сами на себя — вихревой характер магнитной индукции сохраняется; нормальная составляющая \vec{B}_n вектора индукции на границе двух сред (с различными μ) непрерывна:

$$\vec{B}_{n_1} = \vec{B}_{n_2}.$$

Для определения \vec{B} в таких случаях приходится вводить вторую характеристику магнитного поля — его напряженность \vec{H} .

4.5. НАПРЯЖЕННОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ. ЗАКОН ПОЛНОГО ТОКА

Напряженностью магнитного поля в некоторой точке, характеризующей индукцией \vec{B} и относительной магнитной проницаемостью μ , называют векторную характеристику этой точки поля, определяемую следующим образом:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0} \vec{B}. \quad (4.20)$$

Отсюда единицей напряженности магнитного поля является а м п е р н а м е т р. Эта единица специального названия не имеет.

Если магнитное поле существует в однородной среде, то напряженность не зависит от магнитных свойств среды, а зависит только от силы тока, связанного с полем, формы контура тока и положения точки в магнитном поле.

В этом случае формулы (4.13) и (4.14) могут быть применены и для расчета напряженности (только обе части формул нужно разделить на $\mu\mu_0$).

Напряженность обладает одной важной особенностью. Мы ознакомимся с ней, рассмотрев простой частный случай магнитного поля прямого провода бесконечной длины (в однородной среде).

Пусть провод перпендикулярен чертежу (рис. 4.12). Вычислим циркуляцию вектора напряженности для двух контуров интегрирования — охватывающего ток и не охватывающего. Первый контур удобно выбрать в виде окружности с центром на оси тока. Обходить контур интегрирования будем в направлении вектора напряженности. Тогда

$$\Gamma = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint H_t dl = H \cdot 2\pi R = I.$$

Если бы мы еще не знали, чему равна напряженность H , то могли бы найти ее таким способом.

Второй контур, не охватывающий тока, состоит из дуг окружностей, имеющих центры на оси тока, и радиусов этих окружностей. Обходя контур в направлении напряженности, получим в этом случае:

$$\Gamma = H_1 l_1 - H_2 l_2 = \frac{I}{2\pi R_1} \alpha R_1 - \frac{I}{2\pi R_2} \alpha R_2 = 0.$$

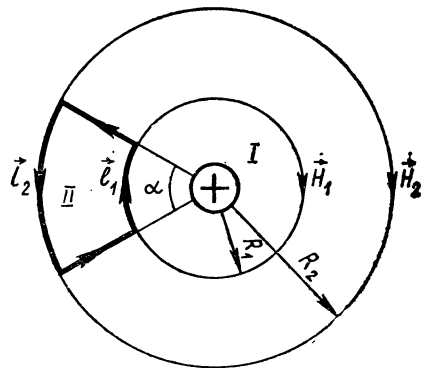


Рис. 4.12

Эти результаты имеют общий характер и выражают фундаментальный закон полного тока, справедливый и для случая неоднородных сред: **циркуляция вектора напряженности \vec{H} равна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром интегрирования:**

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Sigma I_{\text{охв}}. \quad (4.21)$$

Но в этом общем случае (μ различные) напряженность в точках окружности, рассмотренной выше, не была бы постоянной (по модулю) и ее, конечно, нельзя было бы выносить из-под знака интеграла.

Так как величины \vec{H} и \vec{B} связаны зависимостью (4.20), то при переходе из одной среды в другую нормальная составляющая напряженности терпит разрыв:

$$\frac{|\vec{H}_{1n}|}{|\vec{H}_{2n}|} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

Следовательно, линии напряженности могут иметь начало и конец на границах раздела; значит, не все они замкнуты сами на себя. Следовательно, вихревой характер присущ напряженности лишь частично. С этой особенностью напряженности мы встретимся при расчете электромагнитов (гл. 6).

При более точной формулировке закона полного тока учитывается, что токи могут быть распределены в пространстве с некоторой плотностью \vec{j} . Построим на выбранном контуре интегрирования L произвольную поверхность S ; тогда для суммы токов, охватываемых контуром L , получится:

$$\Sigma I_{\text{охв}} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S},$$

и более строгая формулировка закона полного тока примет вид

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}, \quad (4.22)$$

т. е. циркуляция вектора напряженности по некоторому контуру равна сумме токов, пронизывающих произвольную поверхность, опирающуюся на этот контур (поверхность, конечно, не замкнута).

Если все токи, рассматриваемые в некоторой задаче, лежат вне контура, то циркуляция напряженности обращается в нуль.

Как мы уже указывали, закон полного тока применим и в случае неоднородных сред, где существуют токи. Но особенно просто его применение в тех случаях, когда среда однородна, а токи обладают некоторой симметрией.

Так, для тороидальной катушки, имеющей N витков, обтекаемых током I , можно взять циркуляцию напряженности по окружности, проходящей через центры витков («средняя линия» катушки). Пусть длина ее равна l . В силу симметрии напряженность поля во всех точках этой линии постоянна по модулю и направлена в каждой точке по касательной к средней линии. Поэтому получается:

$$\Gamma = Hl = NI; \quad H = \frac{N}{l} I = nI,$$

где n — густота намотки (число витков на единицу длины).

Это выражение совпадает с выражением для напряженности поля в средней части длинной прямой катушки. Оно применимо к прямым катушкам, длина которых превышает их радиус в 10—15 раз.

В заключение укажем, что термин «напряженность» исторически вошел в учение о магнитном поле по аналогии с электростатическим полем. Но (как выяснилось позже) свойства обеих напряженностей существенно различны, так как электростатическое поле безвихревое.

4.6. НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ОСНОВНЫХ ЗАКОНОВ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

1. Одним из точных (но очень трудоемких) методов определения напряженности \vec{H} является измерение частоты колебаний магнитной стрелки с известным магнитным моментом \vec{p}_m в измеряемом поле. При этом обычно производят два последовательных измерения: при помощи стрелки, вращающейся вокруг вертикальной оси (измеряется горизонтальная составляющая напряженности), и при помощи стрелки, вращающейся вокруг горизонтальной оси (измеряется вертикальная составляющая). Стрелку выводят из положения равновесия, после чего она совершает колебания с малой амплитудой относительно направления \vec{H} , так как на нее действует вра-

щающий момент:

$$\vec{M} = -[\vec{p}_m \mu_0 \vec{H}] ; \quad |\vec{M}| = \mu_0 H \sin \alpha,$$

где α — угол между осью стрелки и направлением вектора \vec{H} . Обозначим момент инерции стрелки J . Тогда уравнение ее движения таково (малым трением можно пренебречь):

$$J\ddot{\alpha} = -\mu_0 p_m H \sin \alpha \approx -\mu_0 p_m H \alpha.$$

Подобные уравнения неоднократно встречались в механике при изучении колебаний маятников. Их решение $\alpha = \alpha_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ описывает гармонические незатухающие колебания. Подставляя решение в уравнение движения и требуя обращения уравнения в тождество, находим для частоты колебаний:

$$\omega^2 = \frac{\mu_0 p_m H}{J}.$$

Зная частоту колебаний ω_0 той же стрелки в стандартном магнитном поле напряженностью \vec{H}_0 , находим, что искомая напряженность равна

$$H = H_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2.$$

2. Для непосредственного измерения циркуляции вектора напряженности (или его линейной суммы по незамкнутому контуру) применяется прибор — пояс Роговского. Это двуслойная длинная катушка, намотанная на гибком основании. Намотка катушки имеет особенность: сначала во всю длину катушки наматывается нижний слой витков; затем на него с двух концов навстречу друг другу наматывается верхний слой, так что при окончании намотки ее концы сходятся у середины катушки. Это делается для того, чтобы подводящие провода не образовали паразитного контура. Расположим прибор по какой-либо кривой (контур L) в каком-либо магнитном поле. Пусть площадь каждого витка достаточно мала, чтобы можно было считать в его пределах индукцию постоянной и равной \vec{B} . Пусть число витков на единицу длины есть n . Тогда потоко-сцепление с элементом (длиной dl) катушки равно

$$d\Phi_i = \vec{B} \cdot \vec{S} n dl,$$

где вектор \vec{S} параллелен $d\vec{l}$, а $\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$. Поэтому можно переписать предыдущее уравнение в таком виде:

$$d\Phi_i = \mu \mu_0 S n \vec{H} \cdot d\vec{l}.$$

Суммируя по длине катушки, найдем полное потоко-сцепление:

$$\Phi = \int d\Phi_i = \mu \mu_0 S n \int_L \vec{H} \cdot d\vec{l} \sim \int_L \vec{H} \cdot d\vec{l}.$$

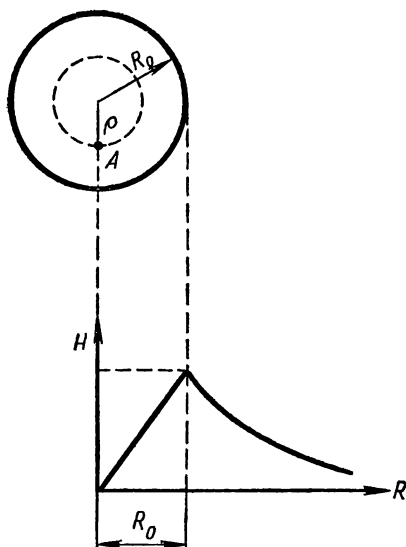


Рис. 4.13

Итак, Φ пропорционально линейной сумме вектора напряженности по контуру L . В случае замкнутого контура L линейная сумма превращается в циркуляцию Γ , также пропорциональную потокоцеплению:

$$\Gamma = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \sim \Phi.$$

Если быстро вынести пояс Роговского из области поля или (что удобнее) «выключить» поле, т. е. создающий его ток (можно также начинать с нулевого поля, а затем «включать его»), то гальванометр, присоединенный к поясу, даст отброс, пропорциональный изменению магнитного потокоцепления, т. е. пропорциональный либо циркуляции, либо линейной сумме век-

тора напряженности (это будет доказано в главе 7).

3. Теперь мы можем дать строгое определение основной единицы СИ — единицы силы тока.

Рассмотрим два параллельных бесконечных провода с токами I_1 и I_2 , удаленных друг от друга на расстояние h . Один из них создает в месте нахождения другого поле с индукцией

$$B = \frac{I_1}{2\pi h} \mu\mu_0,$$

нормальной к оси второго провода. Поэтому сила Ампера, рассчитанная на отрезок dl второго провода, равна

$$dF = \frac{I_1 I_2 dl}{2\pi h} \mu\mu_0.$$

Если $I_1 = I_2$, $h = dl = 1$ м и сила $dF = 2 \cdot 10^{-7}$ Н (в вакууме, где $\mu = 1$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл·м/А), то, как видно из формулы, эти токи равны единице и, по определению, считаются равными 1 А.

4. Найдем напряженность магнитного поля внутри сплошного однородного провода, имеющего радиус R_0 и несущего ток I . Пусть провод бесконечно длинен и перпендикулярен чертежу (рис. 4.13).

Выберем точку A внутри провода на расстоянии ρ от его оси ($\rho < R_0$). Если магнитное поле существует, то в силу симметрии линии индукции должны представлять собой окружности с центрами на оси тока. Проведем такую окружность через выбранную точку.

Она охватывает ток, равный

$$I_1 = I \frac{\rho^2}{R_0^2}.$$

Поэтому циркуляция напряженности по данной окружности есть

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi\rho = I \frac{\rho^2}{R_0^2}.$$

Следовательно, напряженность поля в точках на этой окружности имеет значение:

$$H_{\text{внт}} = \frac{I}{2\pi R_0^2} \rho.$$

Итак, внутри провода напряженность пропорциональна расстоянию от оси провода.

На границе провода ($\rho = R_0$) напряженность наибольшая:

$$H_m = \frac{I}{2\pi R_0},$$

а вне провода она такая же, как в случае бесконечно тонкого провода:

$$H_{\text{внш}} = \frac{I}{2\pi R} \quad (R > R_0).$$

Если же провод полый, то любой контур, проведенный внутри него, не охватывает никакого тока и циркуляция напряженности по такому контуру равна нулю.

Если контур выбрать в виде окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной оси провода, то в силу симметрии задачи это приведет к важному результату:

$$H \equiv 0,$$

т. е. магнитное поле тока внутри полого провода, несущего этот ток, отсутствует.

Этот результат можно проверить на опыте, взяв провод в виде длинной узкой трубы (длина должна превосходить диаметр в 20—30 раз) и измеряя напряженность в средней части трубы, чтобы влияние концов по возможности мало сказывалось на симметрии распределения поля.

Законы полного тока и Био — Савара — Лапласа справедливы для токов проводимости как в металлах, так и в жидкостях и газах. В частности, А. Ф. Иоффе экспериментально показал, что индукция магнитного поля тока, текущего по длинному тонкому столбу газа, совпадает с индукцией магнитного поля такого же тока, текущего по длинной тонкой металлической проволоке тех же размеров.

Эти же законы справедливы для магнитных полей конвекционных токов (токов, эквивалентных макроскопическим зарядам, переносимым вместе с заряженным телом силами неэлектрической природы, см. § 9.1).

В заключение подчеркнем еще раз, что напряженность постоянного магнитного поля \vec{H} определяется макроскопическими токами, подобно постоянному электрическому смещению \vec{D} , определяемому неподвижными свободными электрическими зарядами. Позже (в гл. 9) мы увидим, что в переменных во времени полях понятия \vec{H} и \vec{D} существенно расширяются.

4.7. ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Электромагнитные взаимодействия используются для создания электроизмерительных приборов различных типов.

1. Магнитноэлектрические приборы — приборы, в которых провод с током взаимодействует с постоянным магнитным полем. Основными частями этих приборов являются: постоянный магнит, между полюсами которого может вращаться небольшая катушка (рамка). При вращении она закручивает нить подвеса (в очень чувствительных приборах) или пружину (в более грубых приборах) и поворачивается на такой угол, при котором вращающий момент электромагнитного взаимодействия $M \sim IB$ (B — индукция поля постоянного магнита) делается равным по модулю тормозящему моменту закрученной нити (пружины) $M_1 = -D\varphi$, где D — постоянная кручения. Тогда угол поворота φ оказывается пропорциональным силе тока I , текущего по рамке:

$$\varphi \sim \frac{B}{D} I.$$

У этих приборов можно получить весьма высокую чувствительность (до 10^{-9} А на деление шкалы), недоступную приборам других типов. Но они не могут работать в цепях переменных токов (из-за значительной инерции подвижной системы), так как среднее (за период переменного гармонического тока) значение вращающего момента равно нулю.

2. Электромагнитные приборы — приборы, в которых используется взаимодействие неподвижной катушки и подвижного стержня из магнитного материала, связанного с пружиной. При пропускании по катушке тока стержень втягивается в область сильного магнитного поля до тех пор, пока упругая сила пружины не станет равной (по модулю) втягивающей силе. Так как последняя пропорциональна квадрату силы тока (или среднему значению квадрата силы тока при меняющемся токе), то она не зависит от направления тока. Поэтому приборы одинаково пригодны для измерений как в цепи постоянного тока, так и в цепи переменного тока. Они очень просты по конструкции, не боятся перегрузок; но чувствительность их не велика, а шкала их неравномерна.

3. Электродинамические приборы — приборы, в которых используется взаимодействие токов; они годятся как для постоянного, так и для переменного тока. В них имеются две ка-

тушки: неподвижная и подвижная, расположенная внутри неподвижной и имеющая сечение, перпендикулярное сечению неподвижной катушки. При пропускании по катушкам токов возникает вращающий момент и подвижная катушка поворачивается, закручивая пружину, создающую встречный вращающий момент. Установившийся угол поворота получается при равенстве нулю суммы этих моментов.

Если катушки включены последовательно друг другу, то прибор можно использовать в качестве амперметра или вольтметра.

Если же одну катушку включить последовательно с некоторым резистором R , имеющимся в цепи (по ней будет идти ток цепи I), а другую — параллельно этому резистору (ток в этой катушке I_1 будет пропорционален напряжению U на резисторе R), то угол поворота катушки φ_0 окажется пропорциональным произведению сил токов:

$$\varphi \sim I_1 I \sim IU \sim P,$$

т. е. мощности, потребляемой резистором R . Такие приборы называются ваттметрами.

5.1. СИЛА ЛОРЕНЦА

Непосредственное наблюдение за поведением луча на экране электронного осциллографа при воздействии на него магнитным полем катушки с током или постоянного магнита показывает, что луч отклоняется. Это приводит к мысли, что силовое действие на провод с током также объясняется воздействием магнитного поля на движущиеся в проводе заряды, а провод приходит в движение лишь в результате взаимодействия этих зарядов с кристаллической решеткой.

Поэтому разумно представить силу

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \vec{B}] ,$$

как сумму сил \vec{f} , испытываемых зарядами, создающими ток:

$$d\vec{F} = \vec{f} dN ,$$

где $dN = nSdl$ — число зарядов в объеме провода Sdl , n — концентрация зарядов, S — площадь поперечного сечения провода. Вычислим эту силу \vec{f} .

При средней скорости упорядоченного движения зарядов \vec{v} сила тока I равна

$$I = nevS ,$$

и закон Ампера принимает вид

$$d\vec{F} = enSdl [\vec{v} \vec{B}] = dNe [\vec{v} \vec{B}] ,$$

так как векторы $d\vec{l}$ и \vec{v} параллельны друг другу.

Поэтому сила, испытываемая отдельным движущимся зарядом в магнитном поле, оказывается равной

$$\vec{f} = e [\vec{v} \vec{B}] . \quad (5.1)$$

Эта сила составляет часть полной силы Лоренца (Х. Л о р е н ц, 1853—1928)

$$\vec{f}_\Sigma = e\vec{E} + e [\vec{v}_1 \vec{B}] , \quad (5.2)$$

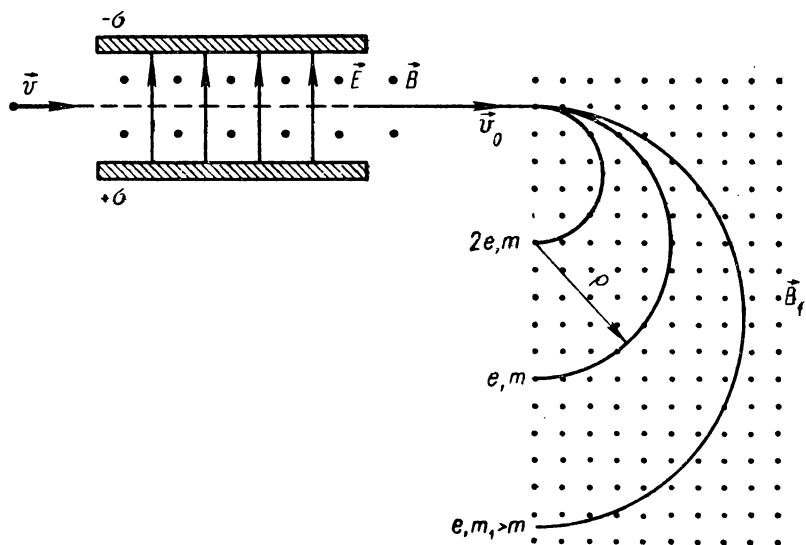


Рис. 5.1

где $e\vec{E}$ — сила, действующая на заряд в электрическом поле напряженностью \vec{E} , а \vec{v}_1 — полная скорость частицы, складывающаяся из скорости, учтенной в уравнении (5.1), и скорости перемещения провода.

Так как магнитная составляющая силы Лоренца $e[\vec{v}_1\vec{B}]$ перпендикулярна скорости частицы, то она не может изменить ее энергию, а изменяет только направление скорости. Это утверждение кажется противоречащим факту совершения работы силой Ампера; в § 7.5 это противоречие будет разъяснено.

5.2. МАСС-СПЕКТРОМЕТРЫ

Изменение направления движения заряженных частиц в магнитном поле используется для создания разнообразных приборов. В частности, на применении силы Лоренца основана работа масс-спектрометров — приборов, служащих для определения массы заряженных частиц. Схема одного из них показана на рисунке 5.1.

Пучок заряженных частиц, ускоренных в некотором электрическом поле, влетает в конденсатор, в котором создано однородное электростатическое поле с напряженностью \vec{E} . Перпендикулярно его линиям напряженности направлены линии индукции \vec{B} постоянного магнитного поля. Сила Лоренца (5.2) обращается в нуль для частиц, имеющих любой заряд и любую массу, если скорость частиц

равна

$$v_0 = \frac{E}{B}.$$

Поэтому такие частицы пролетают без отклонения и попадают в магнитное поле с индукцией \vec{B}_1 , направленной перпендикулярно скорости \vec{v}_0 . Остальные частицы, испытывая отклонение, в это поле не попадают. Так как сила Лоренца перпендикулярна \vec{v}_0 , то частица движется в поле по окружности радиусом ρ ; его можно определить из условия:

$$\begin{aligned} \frac{mv_0^2}{\rho} &= ev_0 B_1; \\ \rho &= \frac{m}{e} \frac{v_0}{B_1}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Так как ρ , B_1 , v_0 могут быть измерены на опыте, то удастся определить отношение заряда частицы к ее массе. Именно так для медленно движущихся электронов было найдено, что

$$\frac{e}{m_0} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг},$$

откуда для массы покоя электрона получилось:

$$m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг},$$

что в 1836 раз меньше массы протона, определенной таким же методом.

В результате систематических измерений масс атомных ядер было установлено существование изотопов — атомов с одинаковыми химическими свойствами (следовательно, и с одинаковыми электронными оболочками), ядра которых содержат равное число протонов, но отличаются числом нейтронов. Например, неон (с него и началась история изотопов) оказался состоящим из атомов двух сортов — с массовыми числами 20 и 22.

Частицу, движущуюся в магнитном поле по окружности, можно уподобить круговому току. Тогда, применив правило буравчика, можно найти, что магнитный момент такого кругового тока направлен против индукции \vec{B} . Напомним, что виток с током устанавливается в однородном внешнем магнитном поле так, чтобы его магнитный момент был параллелен индукции \vec{B} . Это различие в поведении заряженной частицы и тока, созданного некоторым источником ЭДС, объясняется в § 7.2.

При регистрации следов заряженных частиц в камере Вильсона — одном из важнейших приборов ядерной физики — камере часто помещают в магнитное поле и по искривлению следа частицы судят о знаке заряда и импульсе \vec{p} частицы. Действительно, из

уравнения (5.3) получается:

$$p = mv = reB.$$

На рисунке 5.2, слева, показан прямолинейный след пучка электронов (магнитное поле отсутствует). Справа показан след того же пучка после создания однородного магнитного поля, индукция которого направлена за чертеж, — электроны стали двигаться по окружности.

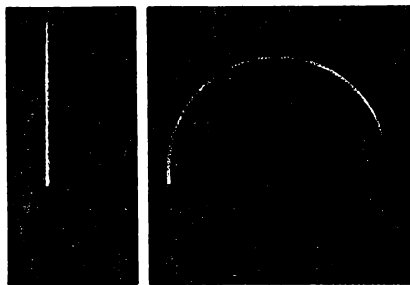


Рис. 5.2

5.3. УСКОРИТЕЛИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Для ускорения заряженных элементарных частиц (в чем нуждается атомная и ядерная физика) используется электрическая составляющая силы Лоренца. Однако линейные ускорители, где частица движется в электрическом поле прямолинейно, получаются очень громоздкими, так как напряженность поля по ряду причин не может быть сделана очень значительной и большая разность потенциалов U , необходимая для сообщения частице с зарядом e большой кинетической энергии

$$\frac{mv^2}{2} = eU,$$

может быть обеспечена лишь увеличением длины пути частицы в электрическом поле.

Вместо однократного пробегания большой разности потенциалов можно заставить частицу много раз пройти небольшую разность потенциалов, если искривить нужным образом ее траекторию. Именно это и осуществляется в циклотроне — ускорителе, в котором магнитная сила Лоренца заставляет частицу двигаться по дугам полуокружностей.

В циклотроне имеются два низких полых металлических полуцилиндра D (дуанты), разделенных узкой щелью (рис. 5.3); между ними можно создать электрическое поле, меняющееся периодически с периодом T . Постоянное магнитное поле имеет индукцию, перпендикулярную основаниям полуцилиндров. В промежуток между дуантами вводятся заряженные частицы. Пусть одна из них под действием электрического поля, создаваемого наложенной на полуцилиндры разностью потенциалов

$$u = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right),$$

проходит через щель в момент t , когда напряженность поля \vec{E} направлена слева направо и максимальна. Кинетическая энергия

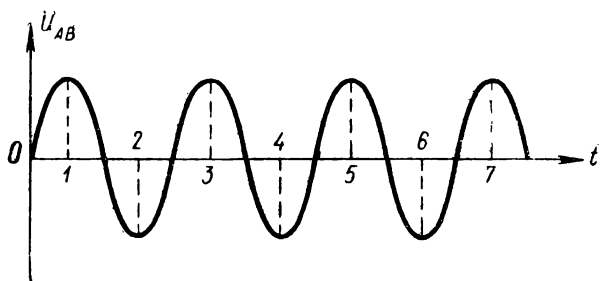
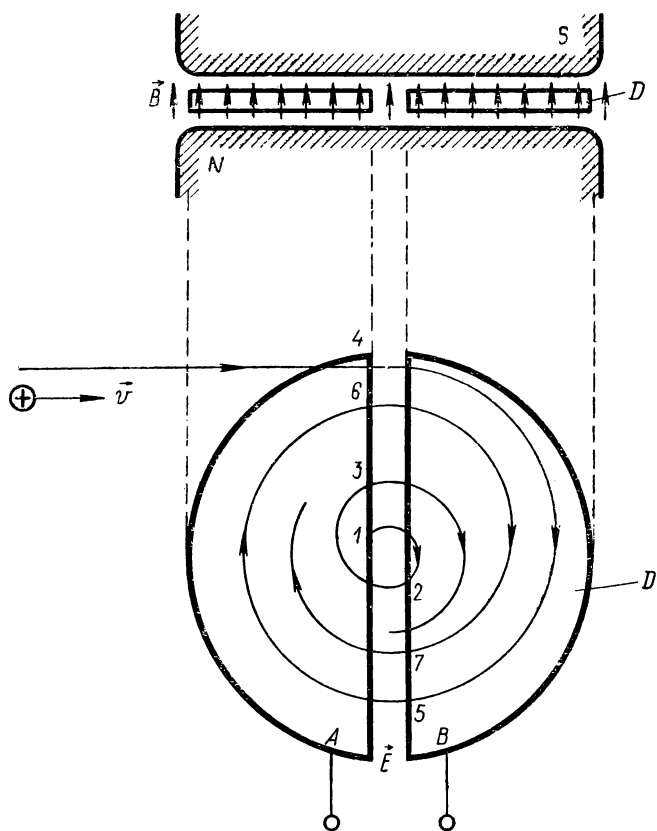


Рис. 5.3

частицы возрастает на величину

$$W = eU_m. \quad (5.4)$$

Пусть через половину периода T частица снова подойдет к щели. Так как вектор напряженности электрического поля в этот момент изменил направление на противоположное, то поле снова сообщит частице энергию, определяемую выражением (5.4). Внутри полуцилиндра, где электрического поля практически нет, частица движется под действием магнитной силы Лоренца, причем время ее движения (она описывает полуокружность) равно

$$\tau = \frac{\pi \rho}{v} = \pi \frac{m}{e} B, \quad (5.5)$$

т. е. не зависит от скорости (пока не начинают сказываться релятивистские эффекты).

Время τ можно сделать равным полупериоду изменения напряжения. Так можно заставить частицу испытать N ускорений в электрическом поле, при этом ее энергия возрастет на eNU_m . Ясно, что движение частицы происходит по развертывающейся спирали.

Частота обращения частицы в циклотроне, называемая *циклотронной частотой*, равна

$$\omega = \frac{e}{m} \frac{1}{B}.$$

Циклотроны применяются в основном для ускорения тяжелых частиц (у электронов зависимость массы от скорости проявляется при меньших энергиях, чем у тяжелых частиц, и их ускоряют другими методами), причем при ускоряющих потенциалах порядка десятков киловольт достигаются энергии до десятков мегаэлектронвольт.

Если по случайным причинам ускоряемая частица отклонится от средней плоскости прибора, то это отклонение автоматически устраняется благодаря естественной неоднородности полей в циклотроне.

Распределение электрического поля в области щели, след средней плоскости (пунктир) и траектория заряженной частицы, влетающей справа, показаны на рисунке 5.4, а. В правой части пути

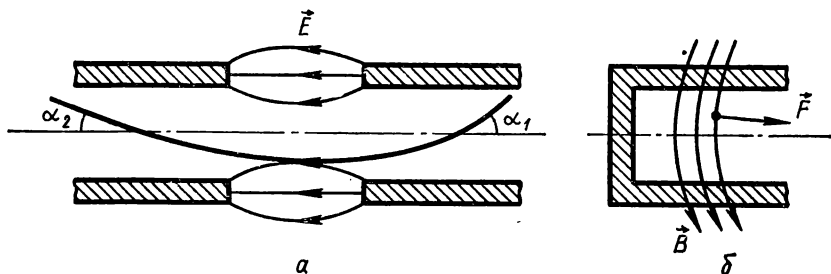


Рис. 5.4

частица испытывает не только горизонтальное ускорение, но и ускорение, направленное вверх. В левой части пути вертикальное ускорение направлено вниз. Так как горизонтальная скорость увеличилась, то время существования вертикального ускорения меньше, чем в правой части пути. В результате частица прижимается к средней плоскости ($\alpha_2 < \alpha_1$).

Распределение магнитного поля у края полуцилиндра показано на рисунке 5.4, б: частица, влетающая из-за плоскости чертежа, испытывает магнитную силу Лоренца, направленную к средней плоскости, т. е. снова прижимающую частицу к средней плоскости, а также обеспечивающую ее движение по окружности.

Таким образом, по мере разгона частица все лучше прижимается к средней линии прибора. В конце разгона она попадает в специальное электрическое поле, резко меняющее направление ее скорости, и направляется им на мишень.

Если вообразить теперь заряженную частицу с большой энергией, влетающую в циклотрон по периферии (см. рис. 5.3) и попадающую в щель в момент 4, когда там действует тормозящее поле, то такая частица будет двигаться по свертывающейся спирали 4 5 6 7, периодически отдавая энергию тормозящему полю. На этом принципе (конструктивное решение другое) работают генераторы сверхвысоких частот с магнитным управлением (магнетроны).

5.4. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Если частица влетает в однородное магнитное поле под углом α к линиям индукции (рис. 5.5), то составляющая скорости \vec{v}_{\parallel} , параллельная вектору индукции \vec{B} , меняться не будет, а под действием силы Лоренца, зависящей от нормальной составляющей \vec{v}_{\perp} , частица будет описывать в плоскости, перпендикулярной \vec{B} , окружность.

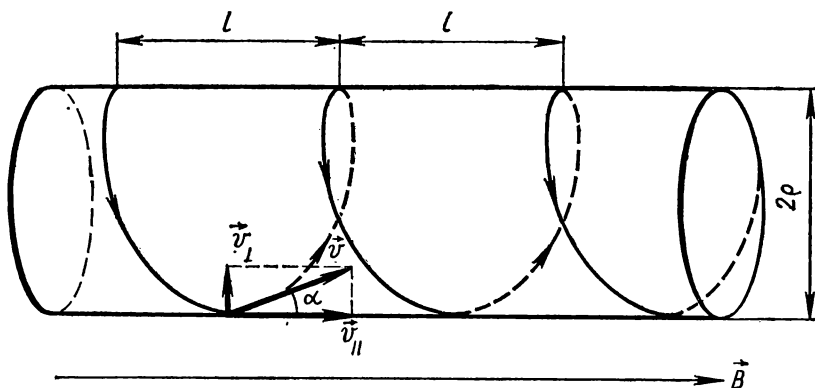


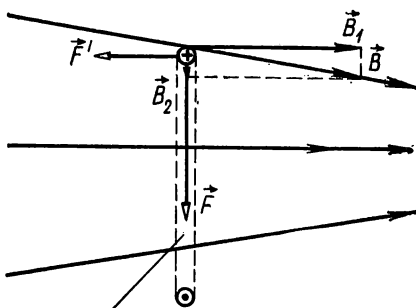
Рис. 5.5

Благодаря одновременному перемещению вдоль линий индукции частица опишет винтовую линию, причем будет возвращаться к исходной горизонтали через промежутки времени и через расстояния, соответственно равные

$$\tau = \frac{2\pi\rho}{v_{\perp}}, \quad l = \tau v_{\parallel}, \quad (5.6)$$

где ρ — радиус окружности.

Если имеется пучок частиц с одинаковыми (по модулю) скоростями и векторы скоростей образуют конус с малым углом при



Орбита положительной частицы

Рис. 5.6

вершине, а ось конуса параллельна вектору индукции \vec{B} , то частицы, описывая винтовые линии различного радиуса, будут сходиться на оси конуса через равные промежутки времени и пространства. Так осуществляется фокусировка частиц однородным продольным магнитным полем.

В неоднородном поле движение частиц усложняется. Пусть мгновенная скорость частицы перпендикулярна плоскости чертежа (рис. 5.6). Тогда составляющая индукции \vec{B}_1 обеспечит силу \vec{F} и движение частицы по окружности. Составляющая \vec{B}_2 создаст силу \vec{F}' , выталкивающую частицу в область слабого поля.

Так как сила Лоренца не совершает работы, то при этом сложном движении сохраняются две величины:

а) полная кинетическая энергия частицы, что при малых скоростях равносильно сохранению модуля полной скорости \vec{v} ;

б) магнитный поток Φ через плоскость орбиты частицы, так как всякое изменение его $\Delta\Phi$ связано с совершением работы $i\Delta\Phi$, где i — сила тока, эквивалентного движущейся частице (уравнение 4.8).

Решая уравнение (5.3) относительно скорости частицы и умножая его на $\pi\rho$, получаем:

$$B_1\pi\rho^2 \frac{e}{m} = \Phi \frac{e}{m} = \pi\rho v_0 = \text{const.}$$

Таким образом, произведение радиуса окружности на скорость движения частицы по окружности (окружную скорость) сохраняется неизменным.

При перемещении частицы в область слабого поля радиус ρ растет, а скорость v_0 соответственно уменьшается. Поэтому увеличивается составляющая полной скорости, направленная по оси винтовой линии, описываемой частицей, т. е. увеличивается расстояние между расширяющимися витками винтовой линии.

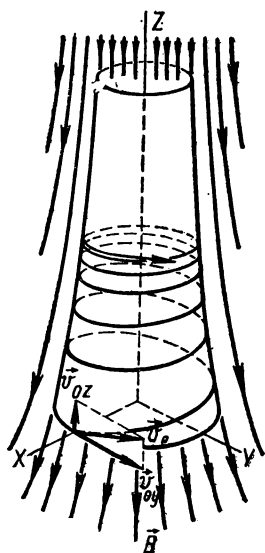


Рис. 5.7

Если же частица в некоторый момент обладала скоростью $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0y} + \vec{v}_{0z}$ (рис. 5.7), причем \vec{v}_{0y} — окружная скорость, а \vec{v}_{0z} — скорость, направленная в сторону возрастания индукции \vec{B} , то винтовая линия, описываемая частицей, будет состоять из сближающихся витков уменьшающегося радиуса, а составляющая скорости \vec{v}_z будет стремиться к нулю.

Проникнув в область сильного поля, частица станет обращаться по окружности постоянного радиуса. Однако такое состояние неустойчиво (см. рис. 4.5, б), так как внутри окружности индукция собственного магнитного поля, создаваемого частицей, направлена против индукции внешнего поля. Поэтому частица, не проникнув в область слишком сильного поля индукции \vec{B} , начнет выталкиваться в область слабого

поля в соответствии с рисунком 5.6.

Именно такой эффект проявляется в магнитном поле Земли, захватывающем заряженные частицы, приходящие из космоса, в частности от Солнца. Эти частицы образуют вокруг Земли заряженные слои (радиационные пояса).

Этот же эффект «запирания частиц» в магнитном поле стараются использовать при термоядерных реакциях для удержания плазмы.

Другая возможность удержания — взаимное притяжение нитей токов одного направления — также используется для придания устойчивости плазменному разряду.

5.5. МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ И ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Если создать поток жидкости, содержащей ионы обоих знаков, в магнитном поле, линии индукции \vec{B} которого перпендикулярны скорости \vec{v} зарядов, то под действием силы Лоренца произойдет разделение зарядов (рис. 5.8) и на электродах, помещенных в жидкость, образуется разность потенциалов. При изменении направления потока жидкости или направления вектора индукции магнитного поля знак разности потенциалов меняется на противоположный. Эта идея используется в магнитогиродинамических генераторах электрической энергии.

Силой Лоренца обуславливается и очень важный эффект, открытый Холлом в семидесятых годах прошлого века и носящий его имя. Пусть по пластине из проводящего материала течет ток I в направ-

лении стрелки (рис. 5.9). Перпендикулярно чертежу создано внешнее магнитное поле с постоянной индукцией \vec{B} . При этом носители тока (независимо от знака их заряда) отклоняются вниз при направлении тока, выбранном на рисунке, или вверх при противоположном направлении.

Когда носители имеют только положительный заряд, в пластине устанавливается электрическое поле, линии напряженности которого направлены снизу вверх; это поле препятствует дальнейшему отклонению зарядов после того, как напряженность поля достигнет значения E , удовлетворяющего условию

$$E = vB,$$

т. е. после уравнивания действия электрической и магнитной составляющих силы Лоренца.

При отрицательных носителях возникает электрическое поле, линии напряженности которого направлены сверху вниз. Поэтому по знакам потенциалов, возникающих на верхней и нижней сторонах пластины, можно судить о знаке заряда носителей тока.

При одном типе носителей сила тока равна

$$I = nevS,$$

где $S = ah$ — сечение пластины, n — концентрация носителей.

Разность потенциалов, возникающая благодаря эффекту Холла, равна

$$U = Eh = v h B.$$

Отсюда получается:

$$U = \frac{IBh}{S} R_H. \quad (5.7)$$

Постоянная Холла

$$R_H = \frac{1}{ne} = \frac{US}{IBh} \quad (5.8)$$

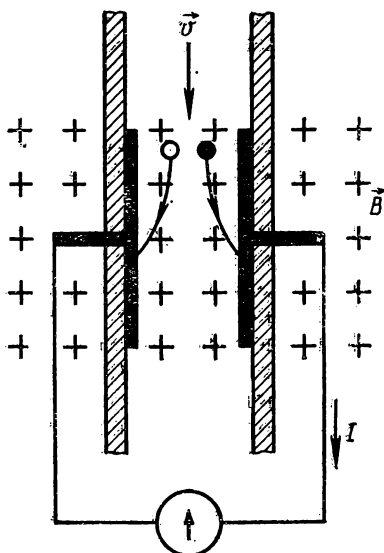


Рис. 5.8

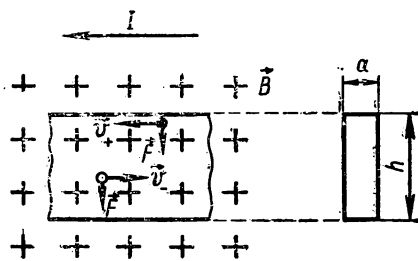


Рис. 5.9

определяется из данных опыта: все величины, стоящие в правой части уравнения (5.8), доступны измерению. Удельная проводимость вещества

$$\gamma = ne \mu$$

также может быть измерена на опыте. Поэтому знание постоянной Холла позволяет определить концентрацию носителей, их знак и подвижность.

Из уравнения (5.8) видно, что постоянная Холла тем больше, чем меньше в веществе концентрация свободных носителей. Поэтому, например, для полупроводников характерны значения R_H существенно большие, чем для металлов.

Если ток создается носителями разных знаков (например, отрицательными и положительными ионами в газе или электронами и дырками в полупроводнике), то эффект Холла усложняется. В идеальном случае носителей, отличающихся только знаком заряда (но имеющих равные подвижности и присутствующих в равной концентрации), ЭДС Холла должна обратиться в нуль, так как смещение зарядов обоих знаков происходит в одну и ту же сторону и поперечное электрическое поле не возникает. Поля, создаваемые положительными и отрицательными зарядами, компенсируют друг друга, так как в отличие от магнитогидродинамического генератора здесь заряды разных знаков движутся в противоположные стороны под действием приложенного напряжения. Магнитная составляющая силы Лоренца отклоняет их не к разным сторонам пластины, а к одной (напомним, что сила \vec{f} определяется не только скоростью \vec{v} , но и знаком заряда e).

Если концентрации или подвижности зарядов разных знаков не равны, то создаваемые ими поля компенсируются лишь частично.

В настоящее время эффект Холла получил широкое применение как для определения природы частиц, создающих ток, так и для измерения индукции магнитных полей (при помощи пластины из вещества с известной постоянной Холла).

**6.1. ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ.
ИНДУКТИВНОСТЬ**

В электростатике было выяснено, что электростатическое поле обладает энергией, распределенной в поле с объемной плотностью

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2.$$

Поэтому следует ожидать, что и магнитные поля обладают магнитной энергией, также распределенной по всему объему поля.

Найдем энергию магнитного поля, рассмотрев частный случай магнитного поля тонкой длинной катушки (длина l , сечение S) с сердечником, заполняющим всю полость катушки и обладающим магнитной проницаемостью μ . Катушка имеет N витков и обтекается постоянным током I , создающим магнитное поле напряженностью

$$H = nI, \text{ где } n = \frac{N}{l}.$$

Магнитный поток, пронизывающий катушку, равен

$$\Phi = \mu \mu_0 n I S.$$

Увеличим силу тока до значения $I + dI$. Так как ток течет по всем виткам, то это равносильно внесению тока dIN в магнитное поле с индукцией $B = \mu \mu_0 H$. При этом должна быть совершена работа, определяемая выражением (4.7):

$$dA = \Phi N dI = \mu \mu_0 n^2 S l dI = L dI. \quad (6.1)$$

Величину, характерную для катушки:

$$L = \mu \mu_0 n^2 S l = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S, \quad (6.2)$$

называют ее *индуктивностью*.

При замыкании цепи сила тока меняется от нуля до I . Совершаемая при этом работа, за счет которой накапливается энергия магнитного поля, равна

$$A = \int_0^I dA = \int_0^I L dI = \frac{1}{2} L I^2 = W_m. \quad (6.3)$$

(В наших расчетах мы считали μ постоянным, что неверно для фер-

ромагнитных сердечников, и не учитывали дополнительную работу источника, идущую на нагревание проводов катушки.)

Единицу индуктивности можно определить, пользуясь выражением (6.1) из соотношения

$$\Phi N = LI.$$

Если потокосцепление $\Phi_{сц} = \Phi N$ равно 1 Вб при силе тока $I = 1$ А, то индуктивность катушки равна

$$L = \frac{1 \text{ Вб}}{1 \text{ А}} = \frac{1 \text{ В} \cdot \text{с}}{1 \text{ А}} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}};$$

эта единица называется г е н р и (Гн).

Из выражения для индуктивности (6.2) получается, что магнитная постоянная μ_0 должна измеряться в г е н р и н а м е т р ($\text{Гн} \cdot \text{м}^{-1}$).

Считая, что магнитное поле в катушке однородно, и учтя, что занимаемый им объем есть Sl , находим плотность магнитной энергии:

$$w_m = \frac{W_m}{Sl} = \mu \mu_0 n^2 \frac{I^2}{2} = \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2 = \frac{B^2}{2\mu \mu_0}. \quad (6.4)$$

6.2. ВЗАИМНАЯ ИНДУКЦИЯ

Если внести катушку, обтекаемую постоянным током, в постоянное магнитное поле, то при этом надо совершить работу, равную

$$A = I \Delta \Phi,$$

где $\Delta \Phi$ — полное изменение потокосцепления, обусловленного внешним полем.

Рассмотрим катушки 1 и 2 с токами I_1 и I_2 , расположенные близко друг от друга. Катушка 1 пронизывается магнитным потоком, созданным катушкой 2, причем потокосцепление, конечно, пропорционально току I_2 , так что можно написать:

$$\Phi_{1сц} = M_{12} I_2.$$

В свою очередь катушка 2 пронизывается потоком, созданным катушкой 1, причем потокосцепление равно

$$\Phi_{2сц} = M_{21} I_1.$$

Коэффициенты M_{12} и M_{21} , имеющие размерность индуктивности, называются *коэффициентами взаимной индукции*; они зависят от геометрии катушек и их взаимного расположения.

Унесем катушку 1 из поля катушки 2 в область, где $\Phi_{1сц} = 0$ (теоретически в бесконечность). Совершенная при этом работа равна

$$A_1 = \Delta \Phi_{1сц} I_1 = M_{12} I_1 I_2.$$

Но если бы мы унесли катушку 2 из области, где существует поле

катушки I , то совершенная работа составила бы величину, равную

$$A_2 = \Delta\Phi_{2\text{сц}} I_2 = M_{21} I_1 I_2.$$

Очевидно обе работы равны, а потому получается соотношение для коэффициентов взаимной индукции:

$$M_{12} = M_{21} = M. \quad (6.5)$$

Если катушка, создающая магнитное поле, надета на замкнутый сердечник с большой проницаемостью (например, стальной) и занимает большую часть его поверхности, то магнитный поток в основном концентрируется в сердечнике. Поэтому такой сердечник называют *магнитопроводом*. В дальнейшем мы пренебрежем относительно небольшим магнитным потоком, создающимся в пространстве, окружающем магнитопровод (потоком рассеяния); учет его представляет лишь технический интерес.

Если две катушки, отличающиеся только числом витков (N_1 и N_2), надеты на общий магнитопровод, то расчет взаимной индукции упрощается. При этом потоки, создаваемые каждой из катушек, полностью пронизывают другую катушку (так устроены трансформаторы и индукционные катушки).

Пусть длина катушек (длина магнитопровода) равна l , сечения их примем одинаковыми и равными S . Пусть по первой катушке течет ток I_1 . Он создает в магнитопроводе магнитный поток:

$$\Phi_1 = \mu\mu_0 n_1 S I_1.$$

Потокоосцепление со второй катушкой равно

$$\Phi_{2\text{сц}} = \mu\mu_0 n_1 S I_1 N_2 = \mu\mu_0 n_1 n_2 l S I_1,$$

и коэффициент взаимной индукции есть

$$M = \mu\mu_0 n_1 n_2 l S.$$

Учитывая выражение (6.2), находим, что в нашем случае

$$M = \sqrt{L_1 L_2},$$

где L_1 и L_2 — индуктивности катушек.

Следует помнить, что мы рассмотрели частный случай; если поток одной катушки лишь частично пронизывает вторую, то значение M уменьшается.

6.3. МАГНИТНАЯ ЭНЕРГИЯ КОНТУРА С ТОКОМ

Магнитная энергия контура с током присуща его магнитному полю и не является кинетической энергией упорядоченного движения носителей тока. Это ясно хотя бы из того факта, что магнитная энергия тока зависит от индуктивности контура, т. е. от его конфигурации. Кинетическая же энергия при данной силе тока постоянна. Почему же обычно не учитывают кинетическую энергию упорядоченно движущихся зарядов и всегда ли можно так поступать?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим простой случай — тороидальную катушку с длиной обмотки $l=1$ м, радиусом витка

$\rho=0,01$ м, числом витков $N=1000$ и сечением проводов катушки $S=10^{-6}$ м².

Магнитная энергия при силе тока, равной

$$I = nevS,$$

составляет

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 N^2 \pi \rho^2 n^2 e^2 v^2 S^2}{2l},$$

где v — скорость упорядоченного движения, n — концентрация носителей тока (электронов), $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд электрона.

Кинетическая энергия упорядоченного движения электронов (масса электрона $m = 9 \cdot 10^{-31}$ кг) равна

$$W_k = \frac{mv^2}{2} n \cdot 2\pi \rho SN,$$

где $2\pi \rho SN$ — объем проволоки, обтекаемой током. Отношение обеих энергий есть

$$\eta = \frac{W_m}{W_k} = \frac{\mu_0 N e^2 S \rho}{2ml} n = an,$$

где

$$a = \frac{\mu_0 N e^2 S \rho}{2ml}.$$

При условиях, заданных в начале параграфа, $a = 10^{-10}$ м³. В случае металла концентрация велика ($n \approx 10^{29}$ м⁻³) и пренебрежение кинетической энергией носителей тока вполне допустимо:

$$\eta \approx 10^{10}.$$

Но при газовом разряде концентрация существенно меньше, — например, она может составлять $n \approx 10^{14}$ м⁻³. При этом кинетическая энергия может превышать магнитную. Такие же условия встречаются в ускорителях, где при скорости, приближающейся к скорости света, масса электронов возрастает на много порядков.

6.4. ЭЛЕКТРОМАГНИТЫ. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Магнитные поля часто создают при помощи электромагнитов. Например, можно намотать токонесущую катушку на дугообразный магнитопровод, сделанный из ферромагнитного материала. Магнитопровод замыкается якорем, т. е. ферромагнитной пластиной, полностью покрывающей концы дугообразной части (рис. 6.1).

Приложим к якорю силу \vec{F} , способную оторвать его от магнитопровода и переместить на элементарный отрезок dh . Совершаемая при этом работа равна

$$dA = |\vec{F}| dh.$$

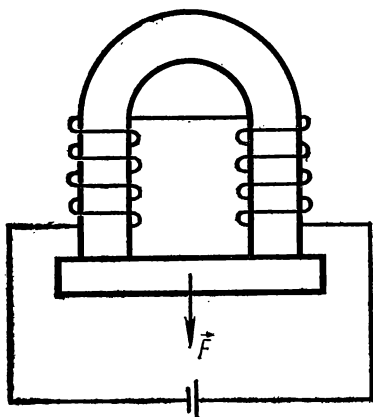


Рис. 6.1

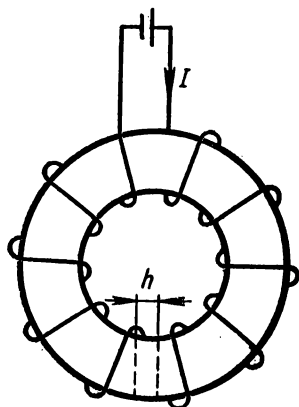


Рис. 6.2

Образовавшийся зазор имеет объем Sdh , где S — площадь обоих концов дугобразного магнитопровода; в зазоре возникает магнитное поле с индукцией B , практически равной индукции до отрыва якоря (если зазор бесконечно узок). Поэтому энергия магнитного поля, возникшего в зазоре, равная работе отрывающей силы, определится соотношениями:

$$dA = |\vec{F}| dh = dW_m = w_m Sdh = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} Sdh.$$

Отсюда модуль отрывающей силы \vec{F} (равный модулю подъемной силы \vec{F}_n электромагнита) равен

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_n| = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} S. \quad (6.6)$$

Это значение сила имеет при прижатом якоря. Если же воздушный зазор конечен, то при неизменности силы тока в обмотке электромагнита магнитная индукция уменьшается (см. ниже) и расчет подъемной силы значительно усложняется.

Поэтому электромагнит может поднимать только ферромагнитные тела. Если нужно поднять неферромагнитное тело, то его прикрепляют снизу к ферромагнитному якорю.

Когда электромагнит применяют для создания магнитного поля во внешнем пространстве, то размер зазора, разумеется, конечен. Мы ограничимся расчетом простейших электромагнитов с зазорами, причем пренебрежем потоками рассеяния и будем считать, что сечение магнитного потока в зазоре равно сечению прилежащего конца магнитопровода.

Вообразим тороидальную катушку (рис. 6.2) с равномерной обмоткой; n — число витков на единицу длины (берется по средней линии l); общее число витков есть $N = nl$; сечение катушки равно S . Катушка находится в воздухе ($\mu = 1$).

По виткам течет ток I . Согласно закону полного тока

$$H_0 l = NI.$$

Поэтому магнитная индукция

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{NI}{l}.$$

Магнитный поток равен

$$\Phi_0 = B_0 S = \frac{IN}{\frac{l}{\mu_0 S}} = \frac{IN}{R_m},$$

где $R_m = \frac{l}{\mu_0 S}$ — «магнитное сопротивление».

Если вставить внутрь катушки ферромагнетик с проницаемостью μ (например, изготовить тор из стали), то получится:

$$\Phi_1 = \frac{IN}{R_1} \gg \Phi_0; \quad R_1 = \frac{l}{\mu \mu_0 S} \ll R_m.$$

Сделаем теперь в торе небольшой зазор (длина h). Так как зазор невелик, то число витков можно считать прежним. Получилась неоднородная система. Обозначив напряженность в стали H_c и в воздухе H , запишем закон полного тока:

$$H_c h_c + H h = NI, \quad (6.7)$$

где h_c — средняя длина линии напряженности в стали.

Вследствие того что линии магнитной индукции замкнуты сами на себя, магнитный поток должен быть одинаков в обеих частях устройства (в стали и в зазоре):

$$\Phi_c = B_c S = BS = \Phi.$$

Получаем:

$$\Phi_c = \mu \mu_0 H_c S = \Phi = \mu_0 H S.$$

Определив напряженности и подставив их в соотношение (6.7), будем иметь:

$$\frac{\Phi h_c}{\mu \mu_0 S} + \frac{\Phi h}{\mu_0 S} = NI,$$

и окончательно:

$$\Phi = \frac{NI}{R_c + R}, \quad (6.8)$$

где $R_c = \frac{h_c}{\mu \mu_0 S}$ и $R = \frac{h}{\mu_0 S}$.

Легко видеть, что предыдущие случаи являются частными случаями уравнения (6.8) и что

$$\Phi_0 < \Phi < \Phi_1.$$

Трудность точного количественного расчета магнитного потока Φ заключается в отсутствии у ферромагнетиков простой связи между B и I (непостоянство μ).

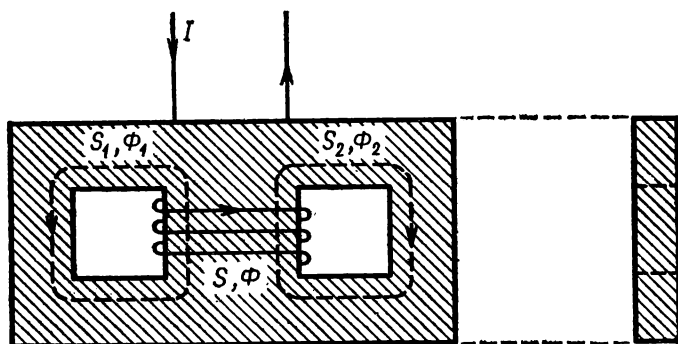


Рис. 6.3

Уравнение (6.8), полученное Гопкинсонами, внешне подобно закону Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

так как величину R_0 можно уподобить внутреннему сопротивлению (магнитному!) магнитопровода, а R — сопротивлению «нагрузки»; произведение NI , иногда (очень неудачно) называемое «намагничивающей силой», формально подобно электродвижущей силе.

Но, конечно, подобие это чисто внешнее и не имеет физического содержания. Укажем, что для поддержания тока нужно затрачивать энергию, а для поддержания магнитного поля энергия не требуется (если поле однажды создано).

Встречаются также разветвленные магнитопроводы (рис. 6.3), где магнитный поток разветвляется; при этом выполняется закон сохранения магнитного потока:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

В различных сечениях частей магнитопровода индукции получаются различные, поэтому расчет такого случая сложен.

Обычные электромагниты создают в зазорах длиной около 1 см магнитные поля с индукцией, не превышающей 10 Тл. Более сильные магнитные поля получать трудно, так как при сильных токах или многовитковых катушках (большое активное сопротивление) расходуется громадная мощность на нагревание обмотки электромагнита и усложняется его охлаждение.

Впервые сверхсильные магнитные поля (с индукцией до 50 Тл) были получены П. Л. Капицей, который возбуждал громадные токи (порядка сотен килоампер), существовавшие очень недолго (тысячные доли секунды), благодаря чему катушка не успевала перегреваться.

В наши дни достигнуты большие успехи в конструкции электромагнитов со сверхпроводящей обмоткой, где не расходуется ника-

кой энергии на поддержание однажды созданного тока. Но сверхпроводимость существует только при очень низких температурах (см. § 3.1), поэтому применение сверхпроводящих соленоидов ограничено.

Земля представляет собой громадный электромагнит. Магнитное поле вне Земли грубо можно уподобить полю длинной тонкой катушки с током, расположенной в центре Земли несколько наклонно к ее полярной оси. Линии магнитной индукции выходят из Земли вблизи Южного географического полюса (следовательно, там находится северный магнитный полюс) и входят в Землю вблизи Северного географического полюса. Для определения направления линий индукции магнитного поля Земли необходимо иметь магнитную стрелку, вращающуюся вокруг вертикальной оси, — она определяет положение плоскости магнитного меридиана. Стрелка, расположенная в плоскости меридиана и способная вращаться вокруг горизонтальной оси, определяет наклон линии индукции к земному горизонту.

Индукция магнитного поля Земли сложно зависит от географических координат места и от солнечной активности. В среднем ее значение не превышает сотых долей миллитесла.

6.5. УСТАНОВЛЕНИЕ ТОКА В ЦЕПИ С ИНДУКТИВНОСТЬЮ

Рассмотрим процесс установления тока в цепи с индуктивностью и сопротивлением (рис. 6.4, а). Пусть в момент $t=0$ цепь замыкается ($I_0=0$). В момент t течет ток i . За время dt он изменится на di .

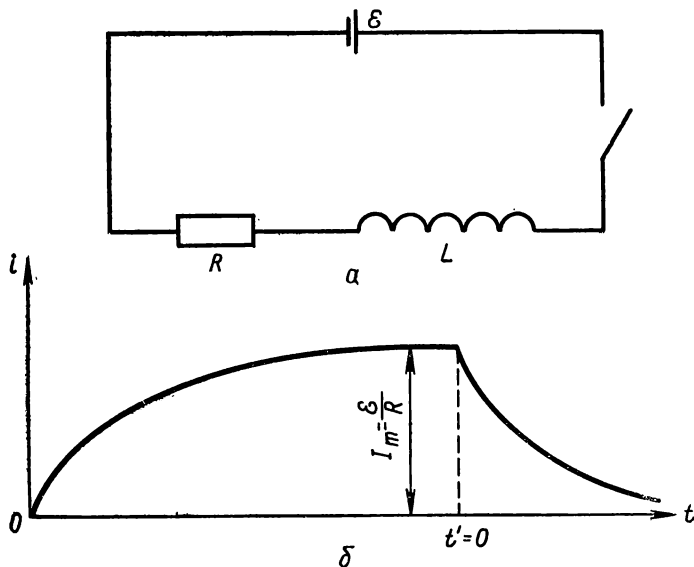


Рис. 6.4

При этом источник совершит элементарную работу, равную

$$\mathcal{E} i dt = R i^2 dt + L i di.$$

Интегрируя за промежуток времени 0, t , получим:

$$\int_0^t \mathcal{E} i dt = \int_0^t i^2 R dt + \int_0^i L i di.$$

Интеграл, стоящий в левой части, представляет работу, совершенную источником. Первое слагаемое в правой части определяет энергию, затраченную на нагревание проводника. Второе слагаемое

$$\int_0^i L i di = \frac{1}{2} L i^2$$

есть магнитная энергия тока (см. уравнение 6.3).

Разделим обе части уравнения, определяющего элементарную работу, на $i dt$ и введем новую переменную

$$y = i - \frac{\mathcal{E}}{R},$$

тогда уравнение примет вид

$$Ry + L \frac{dy}{dt} = 0.$$

Разделяя переменные и интегрируя в пределах от 0 до t , получим:

$$y = y_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad \tau = \frac{L}{R}.$$

Так как при $t=0$ $i=0$, то окончательно будем иметь:

$$i = I_m \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right], \quad (6.9)$$

где

$$I_m = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Величину τ называют *постоянной времени* или *временем релаксации*. За это время сила тока увеличивается от нуля до $0,63 \frac{\mathcal{E}}{R}$.

Если после установления силы тока I_m ввести новое начало отсчета времени и замкнуть источник тока накоротко в момент $t'=0$, то, как легко проверить, убывание тока будет происходить по закону:

$$i = I_m \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right). \quad (6.10)$$

Графики обоих процессов изображены на рисунке 6.4, б.

Нестационарный процесс зарядки (и разрядки) конденсатора через некоторый резистор, описываемый похожими по форме уравнениями для разности потенциалов на конденсаторе, был рассмотрен в конце главы 2.

7.1. ОТКРЫТИЕ ФАРАДЕЯ

В 1831 г. М. Фарадей сделал одно из самых фундаментальных физических открытий — показал, что меняющееся во времени магнитное поле сопровождается меняющимся электрическим полем. Это явление названо *электромагнитной индукцией*.

Хорошо известные из школьного курса физики опыты позволяют установить следующие факты:

1. При любом изменении магнитного потока через катушку неизменной формы, замкнутую на гальванометр, последний регистрирует ток (во время изменения потока).

Поток может изменяться за счет перемещения вблизи катушки постоянного магнита или другой катушки с током, за счет изменения тока в другой неподвижной катушке или за счет изменения ее формы и размеров и т. д.

Направление возбуждаемого (индукционного) тока зависит от знака изменения магнитного потока.

2. Если электромагнитная индукция вызывается перемещением какой-либо части установки, то важно лишь относительное перемещение — можно двигать или источник магнитного поля, или катушку.

3. Эффект выражен тем сильнее, чем быстрее меняется магнитный поток и чем больше витков имеет катушка.

4. При заполнении части пространства ферромагнетиком (удобно внести ферромагнетик внутрь приемной катушки) эффект возрастает, из чего следует, что эффект связан с магнитной индукцией \vec{B} , а не с напряженностью \vec{H} .

5. Если (не меняя конфигурации приемного контура) менять его сопротивление, то наблюдаемый эффект (отброс стрелки гальванометра) уменьшается при увеличении сопротивления и растет при его уменьшении.

Это позволяет считать, что суть явления заключается в создании электрического индукционного поля (а появление тока проводимости является вторичным эффектом).

6. Если присоединить приемную катушку к электроскопу (так что замкнутой проводящей цепи не создается) и менять магнитный поток через катушку, то наблюдается отклонение указателя электроскопа, что свидетельствует о существовании индукционного процесса и в «разомкнутой» цепи.

Совокупность указанных опытов приводит к заключению, что во всех случаях наблюдается возникновение электрического поля напряженностью \vec{E} ; циркуляция напряженности этого поля, взятая по используемому контуру L , определяется скоростью изменения магнитного потокацепления Φ , пронизывающего площадь контура; эта циркуляция равна электродвижущей силе индукции, возникающей в контуре:

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (7.1)$$

где S — площадь, охваченная контуром L . Это и есть фундаментальный закон, открытый Фарадеем (смысл знака «минус» выяснится несколько позже).

Следует подчеркнуть, что в уравнении (7.1) Φ — это потокоцепление, потому-то в основных опытах были использованы многovitковые катушки, а не единичные витки.

Если ЭДС индукции создается в замкнутом проводящем контуре с сопротивлением R , то в нем возникает сила тока, имеющая мгновенное значение:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad (7.2)$$

и полный заряд, протекший по контуру за все время изменения магнитного потока, равен

$$Q = \int_0^t i dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_0}^{\Phi_k} d\Phi = \frac{1}{R} (\Phi_0 - \Phi_k). \quad (7.3)$$

Очень важно, что этот заряд зависит не от скорости изменения потока, а лишь от значения этого изменения.

Направление возникающего тока определяется **правилом Ленца**, гласящим, что **индукционный ток всегда направлен так, что своим магнитным полем препятствует тому изменению магнитного поля, которое вызвало его**, — в этом и кроется физический смысл знака «минус» в формуле (7.1).

Так, если ЭДС индукции вызывается вдвиганием магнита в катушку, то магнитное поле индукционного тока тормозит движение магнита. Если ЭДС индукции вызывается включением тока в цепи катушки, надетой на общий с контрольной катушкой магнитопровод, то индукционный ток создает в магнитопроводе магнитное поле, противодействующее изменениям первичного поля, и т. д. Легко понять, что правило Ленца отражает закон сохранения энергии для рассматриваемого процесса. Например, если бы индуцирующий магнит ускорялся, а не тормозился, то возникло бы противоречие с законом сохранения энергии; при торможении же магнита происходит переход его кинетической энергии в энергию индукционного тока.

Справедливость правила Ленца можно показать на ряде эффектных опытов. Если вращать медный диск над магнитной стрелкой, способной вращаться в плоскости, параллельной плоскости диска, то стрелка увлекается диском и начинает вращаться в ту же сторону. При вращении дугообразного постоянного магнита вокруг собственной оси симметрии расположенный над ним медный диск приходит во вращение в ту же сторону. Этот опыт иллюстрирует идею, заложенную в конструкцию асинхронных двигателей переменного тока.

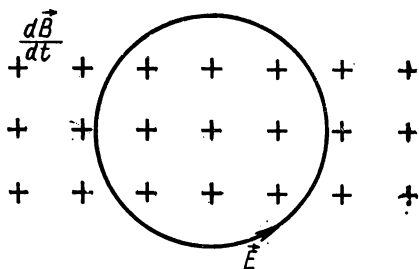


Рис. 7.1

В обоих случаях в диске наводятся «вихревые» индукционные токи (токи Фуко). Взаимодействуя со стрелкой (или магнитом), они уменьшают относительную скорость частей приборов, что соответствует правилу Ленца. По той же причине металлический маятник, колеблющийся в магнитном поле, испытывает значительное «электромагнитное» торможение. Оно находит различные технические применения.

7.2. ЭДС индукции и индукционный ток

Уточним теперь формулировку закона (7.1). Рассмотрим произвольный контур (рис. 7.1), пронизываемый меняющимся магнитным потоком. Крестики на рисунке условно показывают, что изменение магнитного потока заключается в увеличении индукции \vec{B} , направленной за чертеж. Если в контуре возникает ЭДС \mathcal{E} индукции, то это равносильно утверждению, что в каждом элементе его длины $d\vec{l}$ создается электрическое поле напряженностью \vec{E} , причем

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Происхождение этого поля неэлектростатическое, а потому оно является *сторонним полем*.

Если магнитное поле однородно и форма контура постоянна, то закон (7.1) можно переписать в таком виде:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\vec{S} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}.$$

В нашем случае контур неизменен. Но если бы при $\vec{B} = \text{const}$ форма или ориентация контура менялись, то площадь S была бы пере-

менной. Тогда запись закона индукции имела бы вид

$$\mathcal{E} = - \vec{B} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt}.$$

Так, вращая в магнитном поле Земли или в любом другом магнитном поле катушку постоянного сечения, мы получаем изменение потока в зависимости от ориентации катушки. При угловой скорости ω вращения катушки в поле с постоянной индукцией \vec{B} получим, что

$$\Phi = NBS \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где S — площадь сечения катушки, N — число ее витков, φ_0 — угол между направлениями векторов \vec{B} и \vec{S} в начальный момент времени.

Поэтому

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = \omega NBS \sin(\omega t + \varphi_0) = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Таков принцип получения переменной ЭДС в современных электрических машинах (правда, в них обычно вращаются электромагниты, создающие поле, а катушки, где происходит электромагнитная индукция, неподвижны в пространстве; но это различие не принципиально).

Возникновение ЭДС при движении проводника в магнитном поле (при вращении катушки) легко показать, включив любой электродвигатель в цепь тока. Если заклинить вращающуюся часть двигателя — ротор (это допустимо по отношению к небольшим двигателям при пониженном напряжении питания), то двигатель будет потреблять большой ток. Освобождая ротор, мы даем ему возможность раскрутиться, при этом ток заметно уменьшается (в полном согласии с правилом Ленца). Если бы не было трения, то ротор раскручивался бы до полного исчезновения тока. Поскольку трение всегда имеется, ротор будет вращаться с постоянной скоростью, потребляя из цепи некоторый ток (и, следовательно, мощность, расходуемую на преодоление трения).

Так как одновременно может меняться и форма контура, и поле, то самой общей является запись

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (7.4)$$

Для дальнейшего изучения явления электромагнитной индукции рассмотрим простую схему (рис. 7.2). Пусть контур состоит из источника постоянной ЭДС \mathcal{E}_0 , двух рельсов и подвижной перемычки длиной h , способной перемещаться вдоль рельсов, но удерживаемой каким-либо приспособлением в покое. Контур находится в постоянном магнитном поле с индукцией \vec{B} , перпендикулярной

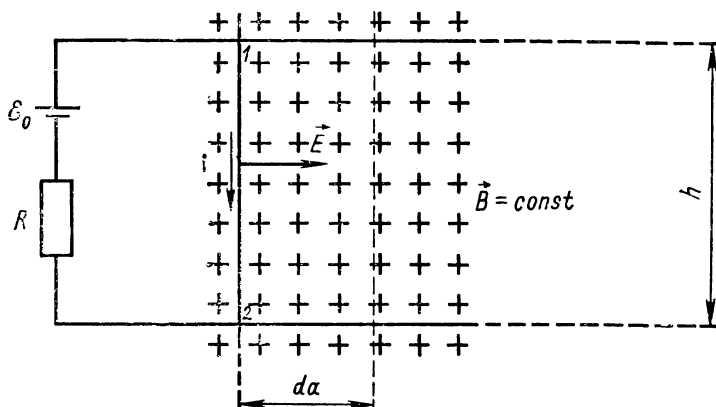


Рис. 7.2

плоскости контура. Сопротивление R включено около источника, а сопротивлением рельсов и подвижного участка можно пренебречь. Тогда сила тока в контуре равна

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R}.$$

Если освободить перемычку, то под действием силы Ампера она начнет двигаться вправо, сила тока в ней изменится и примет мгновенное значение i , а мгновенное значение силы Ампера будет равно

$$F = Bih.$$

Баланс энергии запишется так:

$$\mathcal{E}_0 i dt = i^2 R dt + i B h da = i^2 R dt + i d\Phi,$$

где последнее слагаемое определяет работу силы Ампера.

Решая это уравнение относительно силы тока, получаем:

$$i = \frac{\mathcal{E}_0 - \frac{d\Phi}{dt}}{R}.$$

Слагаемое

$$-\frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E}$$

следует рассматривать как ЭДС, дополнительную к ЭДС \mathcal{E}_0 источника. Этот вывод, принадлежащий Гельмгольцу, показывает, что наше рассмотрение не противоречит закону сохранения энергии.

Если теперь принять, что $\mathcal{E}_0 = 0$, то получается, что ЭДС индукции возникает при перемещении провода длиной h со скоростью \vec{v} каким-либо внешним воздействием (рис. 7.3). Пусть, например, провод движется с постоянной скоростью \vec{v} . Заряды,

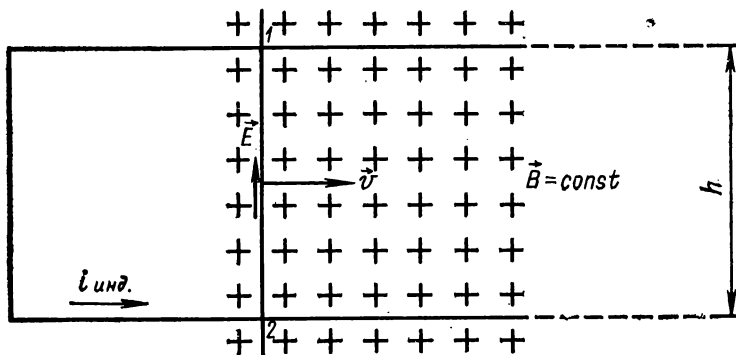


Рис. 7.3

упорядоченно движущиеся в направлении вектора \vec{v} (скорость перемещения провода), образуют конвекционный ток. Так как этот ток находится в магнитном поле, то на заряды действует сила Лоренца, направленная вдоль провода и порождающая в замкнутом проводящем контуре индукционный ток $i_{\text{инд}}$. Следовательно, на участке контура длиной h , движущемся в магнитном поле, возникает индукционное электрическое поле напряженностью \vec{E} , заставляющее заряды двигаться вдоль провода (в направлении стрелки, см. рис. 7.3). Возникающая ЭДС индукции равна

$$\mathcal{E} = Eh = - \frac{d\Phi}{dt} = - Bhv.$$

Направление индукционного тока определяется «правилом правой руки»: если, расположив три пальца правой руки взаимно перпендикулярно, совместить большой палец с направлением движения провода, указательный — с направлением вектора индукции магнитного поля, то средний палец покажет направление индукционного тока (если контур замкнут) или вектора напряженности индуцированного поля (если контур разомкнут).

Так как всякое изменение магнитного потока связано с совершением работы, то становится физически понятным указание, сделанное нами в § 5.4, о постоянстве магнитного потока через площади витков винтовой линии, описываемой заряженной частицей в неоднородном магнитном поле: сила Лоренца работы не совершает, а других источников энергии не имеется.

Напомним, что частица, движущаяся под действием силы Лоренца, может быть уподоблена круговому току, магнитное поле которого внутри орбиты характеризуется индукцией, антипараллельной индукции внешнего магнитного поля. Но круговой ток, поддерживаемый источником внешней ЭДС, создает внутри витка собственное магнитное поле, линии индукции которого параллельны линиям индукции внешнего поля, вызывающего ориентацию витка.

7.3. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ЭДС ИНДУКЦИИ

Вернемся еще раз к уравнению (7.4). В общем случае явление электромагнитной индукции описывается уравнением

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} - \int \frac{d\vec{S}}{dt} \cdot d\vec{B},$$

а при однородном, меняющемся со временем поле —

$$\mathcal{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot \vec{S} - \vec{B} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt}. \quad (7.5)$$

Если второе слагаемое можно трактовать как результат появления силы Лоренца — Ампера, то первое слагаемое есть отражение совершенно нового факта, открытого Фарадеем и не сводимого к известным электромагнитным явлениям.

В обоих случаях ЭДС представляет циркуляцию вектора напряженности электрического поля, отличную от нуля:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0. \quad (7.6)$$

При этом второе слагаемое в уравнении (7.5) может быть отлично от нуля только на отдельных участках контура (см. схему опыта на рис. 7.3). Первое же слагаемое отлично от нуля по всему замкнутому контуру. Поэтому линии электрической напряженности этого поля замкнуты сами на себя — поле является вихревым. Этот вывод подтверждается опытом с электроскопом (см. § 7.1), позволявшим обнаружить ЭДС индукции в «разомкнутом» контуре и измерившим линейную сумму $\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ вдоль этого контура. Более того, можно утверждать, что электрическое вихревое поле появляется во всем пространстве, где изменяется магнитное поле (наши контрольные контуры позволяют обнаружить появление этого поля).

Здесь мы подходим к понятию о новой для нас форме материи — едином электромагнитном поле, где неразрывно связаны друг с другом меняющиеся во времени магнитное и электрическое поля. В главе 9 свойства электромагнитного поля будут изучены более подробно.

7.4. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНА ФАРАДЕЯ

Из многочисленных применений закона Фарадея остановимся на некоторых.

а) Пояс Роговского. Теперь мы можем понять принцип работы пояса Роговского (см. § 4.6). Гальванометр, подключенный к поясу Роговского, измеряет изменение магнитного потока сцепления, которое, как было показано в § 4.6, пропорционально циркуляции (или линейной сумме) вектора напряженности магнитного поля, взятой по контуру, образованному поясом. Поэтому и можно было утверждать, что мы определяем эту циркуляцию.

б) Поверхностный эффект. Пусть в проводе создается меняющееся электрическое поле, порождающее меняющийся во времени электрический ток. Изобразим (рис. 7.4) сечение отрезка провода вдоль его оси и покажем стрелками изменение силы тока $\frac{di}{dt}$. Точки и крестики условно определяют

характер изменения магнитной индукции $\frac{d\vec{B}}{dt}$ этого тока внутри и вне провода. Общий вид линий индукционного тока $i_{\text{инд}}$ можно показать, применив закон Фарадея и правило Ленца. Как видно из рисунка, индукционный ток в центральной части провода препятствует первоначальному изменению тока, а на периферии усиливает его. Поэтому изменения тока (и, следовательно, сам ток) у оси провода ослабевают; носители заряда концентрируются вблизи поверхности проводника, в более или менее тонком поверхностном слое.

Это явление — *поверхностный эффект* (или *скин-эффект*) — сказывается тем сильнее, чем больше частота изменений тока, удельная электрическая проводимость γ вещества провода, его магнитная проницаемость μ и его диаметр D . Поэтому с поверхностным эффектом обычно приходится считаться только в радиотехнике, при достаточно высоких частотах f (или при очень сильных токах технической частоты, текущих по толстым проводам).

Если заметный ток существует только в слое толщиной d , много меньшей радиуса провода, то убывание силы тока (в направлении от поверхности провода к его оси) происходит по показательному закону. Толщина слоя, на которой сила тока уменьшается в e раз, т. е. до 0,37 начального значения, называется *глубиной проникновения* h .

$$h \sim (\mu f \gamma)^{-\frac{1}{2}}.$$

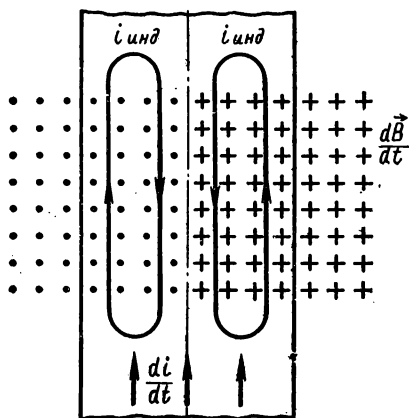


Рис. 7.4

Глубину проникновения часто принимают за меру развития поверхностного эффекта. При сверхвысоких частотах глубина проникновения измеряется микрометрами, что позволяет применять трубки вместо сплошных проводов.

Поверхностный эффект можно продемонстрировать, пропуская ток по последовательно включенным проволокам из железа и платины одинаковой длины и радиусов (у обеих практически одинаковая удельная электрическая проводимость, у железа магнит-

ная проницаемость значительно больше) и измеряя ламповым вольтметром напряжения на каждой из проволок. При постоянном (или 50-периодном токе) эти напряжения одинаковы; но при частоте порядка сотен килогерц напряжение на железной проволоке оказывается существенно больше, чем на платиновой. Это и понятно, так как благодаря поверхностному эффекту уменьшается рабочее сечение провода и, следовательно, растет его сопротивление. Увеличение сопротивления приводит в соответствии с законом Джоуля — Ленца к большему нагреванию провода, причем только в поверхностном слое. Этот эффект часто используется в технике (для закаливания поверхности металлических изделий, испарения нанесенных на провод веществ и т. д.).

в) **И н д у к ц и о н н а я к а т у ш к а.** Если замыкать источник постоянной ЭДС на цепь, содержащую большую индуктивность, то можно заметить постепенное нарастание тока, более медленное, чем в цепи, не содержащей индуктивности. Это явление тоже есть проявление закона Фарадея. Так как эффект наблюдается в той же цепи, где меняется первичный магнитный поток, то в этом случае принято говорить о явлении самоиндукции. По-прежнему ЭДС (в данном случае ЭДС самоиндукции)

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = - L_1 \frac{di_1}{dt}$$

определяется скоростью изменения магнитного потокосцепления

$$\Phi = \Phi_0 N_1,$$

где N_1 — число витков катушки, Φ_0 — созданный в ней магнитный поток.

Количественная сторона этого явления рассматривалась в § 6.4, где было выяснено, что источник постоянной ЭДС расходует энергию не только на нагревание проводов катушки (в соответствии с законом Джоуля — Ленца), но и на создание магнитного поля.

Если на катушку 1 надеть катушку 2 так, чтобы они обе пронизывались общим магнитным потоком катушки 1, и периодически замыкать и размыкать цепь катушки 1, подключенной к источнику постоянной ЭДС, то в катушке 2 будет наводиться ЭДС индукции, равная

$$\mathcal{E}_2 = - N_2 \frac{d\Phi_0}{dt} = - \frac{L_1}{N_1} N_2 \frac{di_1}{dt}. \quad (7.7)$$

Так как у многих прерывателей процесс замыкания происходит медленнее, чем процесс размыкания, то удастся получить заметную ЭДС лишь при размыкании. Подобные приборы называются индукционными катушками; они родственны трансформаторам переменного тока, рассматриваемым в главе 10.

г) **Б е т а т р о н.** Явление электромагнитной индукции остроумно использовано в ускорителях электронов — бетатронах. Вообразим тор, из которого выкачан воздух, так что частицы могут

длительно двигаться в нем, не встречаясь с остатками газов (рис. 7.5). Электромагнит, питаемый низкочастотным током, создает магнитное поле с индукцией $\vec{B} = \vec{f}(t)$, перпендикулярной плоскости тора.

Изменения этого поля создают по средней линии тора индуцированное вихревое поле с напряженностью \vec{E} , удовлетворяющее закону Фарадея:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = E 2\pi\rho = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi\rho^2 \frac{dB}{dt}$$

(здесь ρ — радиус средней линии тора; магнитное поле для простоты расчета принято однородным).

Если внутри тора окажется электрон, то он будет ускоряться этим полем, причем работа, совершаемая над электроном за один его оборот, равна

$$A_0 = \left| e \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \right| = \left| e \pi \rho^2 \frac{dB}{dt} \right|.$$

Но электрон может ускоряться полем все время, пока сохраняется знак изменения напряженности поля (т. е. в течение половины периода изменений напряженности); за это время электрон совершит громадное число оборотов и приобретет соответствующую кинетическую энергию.

Примем для простоты оценочного расчета, что поле меняется 100 раз в секунду с амплитудой изменения индукции 1 Тл; значение ее линейно зависит от времени (счет времени начинается при наименьшей индукции поля). Тогда для процесса нарастания поля имеем:

$$B = 400 t - 1.$$

Радиус средней линии тора примем равным $\rho = 0,25$ м. Тогда работа A_0 , совершаемая над электроном за один оборот, составит приблизительно 100 эВ; скорость v электрона к концу первого оборота достигнет значения $5,6 \cdot 10^6$ м/с и время t прохождения первого оборота не превысит 10^{-6} с.

Расчет полного числа оборотов за время нарастания поля труден, так как вскоре начнет сказываться возрастание массы электрона со скоростью. Но со-

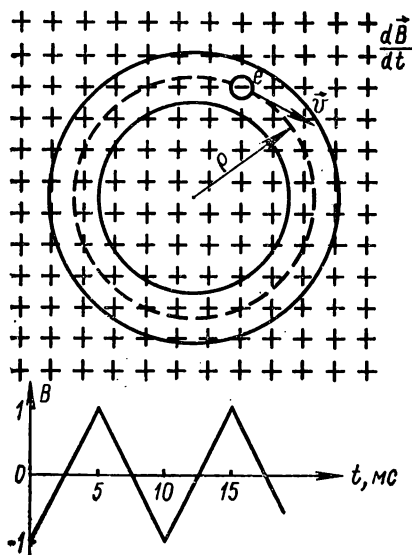


Рис. 7.5

вершенно очевидно, что это число велико (порядка 10^3 — 10^4 оборотов). Следовательно, энергия электрона к концу ускорительного процесса составит не менее

$$W \gg A_0 \cdot 10^4 \approx 10^6 \text{ эВ.}$$

При этом изменение массы не препятствует процессу ускорения, но лишь замедляет его (в циклотроне оно делает ускорение невозможным).

Реальные мощные бетатроны позволяют сообщить электронам энергию порядка сотен мегаэлектрон-вольт. К концу ускорения вспомогательное (электрическое или магнитное) поле выводит электроны из тора на ту или иную мишень.

7.5. РАБОТА СИЛЫ АМПЕРА

В главе 5 мы выяснили, что сила Ампера может быть истолкована как суммарная сила Лоренца, действующая в магнитном поле на упорядоченно движущиеся заряды, создающие ток в проводнике. Может показаться, что этот вывод противоречив. Ведь сила Ампера способна производить работу, в то время как работа силы Лоренца должна быть равна нулю (из-за перпендикулярности этой силы скорости зарядов).

Это кажущееся противоречие связано с тем, что мы при движении проводника учли не всю силу Лоренца. Действительно, вернемся к контуру тока, изображенному на рисунке 7.2. Когда под действием силы Ампера провод приходит в движение направо, то происходит упорядоченный перенос зарядов — носителей тока в этом же направлении (конвекционный ток). Поэтому полная скорость зарядов — носителей тока есть векторная сумма скорости движения провода \vec{v} и их дрейфовой скорости $\vec{u}_{др}$ под действием электрического поля, созданного источником. При концентрации носителей n , заряде их e сила Лоренца, рассчитанная на единицу длины провода, имеющего поперечное сечение S , равна

$$\vec{f} = nSe [(\vec{u}_{др} + \vec{v}) \vec{B}].$$

За время dt эта сила совершает работу

$$dA = nSe [(\vec{u}_{др} + \vec{v}) \vec{B}] \cdot (\vec{u}_{др} + \vec{v}) dt = 0, \quad (7.8)$$

так как сомножители скалярного произведения представляют собой взаимно перпендикулярные векторы.

Итак, противоречие с законами механики было лишь кажущимся.

Раскроем теперь выражение (7.8):

$$dA = neSdt \{ [\vec{u}_{др} \vec{B}] \cdot \vec{u}_{др} + [\vec{u}_{др} \vec{B}] \cdot \vec{v} + [\vec{v} \vec{B}] \cdot \vec{u}_{др} + [\vec{v} \vec{B}] \cdot \vec{v} \} = 0.$$

Здесь первое и последнее слагаемые равны нулю. Первое из них описывает эффект Холла, последнее — эффект, используемый в магнитогидродинамических генераторах (см. § 5.5).

Второе слагаемое определяет работу силы Ампера на перемещении $\vec{v} dt$. Третье слагаемое отличается от второго только знаком. Оно характеризует работу ЭДС индукции, наводимой в проводе. Источником энергии, совершающим эту работу, является внешний источник ЭДС, а магнитное поле само не совершает работы, но обеспечивает возможность перехода энергии внешнего источника к движущемуся проводу.

Такое же явление (только без движения проводов) происходит и при индукционном процессе в катушке, рассмотренном в § 7.4: и там энергия источника, питающего первичную цепь, передается при помощи магнитного поля в цепь второй катушки.

Если бы в цепи (см. рис. 7.3) источник ЭДС отсутствовал, но имелся источник механической энергии, движущий провод, то результат был бы прежним — работа силы Лоренца равна нулю, но при посредстве магнитного поля механическая энергия, затрачиваемая на движение провода, переходила в энергию упорядоченного движения зарядов вдоль его оси.

8.1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ.

МАГНИТНЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТЬ И ВОСПРИИМЧИВОСТЬ

Макроскопические токи, текущие в проводах, а также упорядоченные потоки свободных электронов или ионов неразрывно связаны с магнитным полем, характеризуемым в вакууме индукцией \vec{B}_0 и напряженностью $\vec{H}_0 = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$, причем в этом случае оба вектора являются вихревыми (см. гл. 6).

Если все пространство, окружающее токи, заполнить однородным, изотропным веществом, то индукция изменится и станет равной

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0,$$

но распределение поля при этом не изменится. Безразмерную величину μ , как известно, называют *относительной магнитной проницаемостью*. У большинства веществ значение μ очень мало отличается от единицы; только у ферромагнетиков (железо, кобальт, никель и некоторые сплавы) оно значительно больше.

Ампер, предвосхитив атомарные представления, высказал гениальную догадку, что в частицах вещества существуют микроток, расположенные беспорядочно, так что их суммарный магнитный момент равен нулю. При создании в веществе внешнего магнитного поля эти микроток ориентируются в поле, в результате чего создается дополнительная магнитная индукция. Исходя из этих предположений можно построить приближенную формальную теорию намагничивания вещества.

Рассмотрим тело в виде тора, сплошь обмотанного катушкой с током, создающим внутри тора однородное магнитное поле с индукцией \vec{B}_0 . При ориентации микротоков вещества, заполняющего тор, возникает дополнительная индукция, в каждой точке сонаправленная с \vec{B}_0 ; назовем ее внутренней индукцией $\vec{B}_{\text{вн}}$. Каждый элемент объема dV намагниченного вещества приобретает магнитный момент $d\vec{p}_m$, обусловленный микротоками. Отношение суммарного магнитного момента микротоков к рассматриваемому объему, т. е. магнитный момент единицы объема, называется на-

магнитностью вещества \vec{J} :

$$\vec{J} = \frac{\int d\vec{p}_m}{V}. \quad (8.1)$$

Намагниченность в СИ выражается в амперах на метр.

Во многих случаях, как показывает опыт, $\vec{B}_{\text{вн}}$ пропорциональна \vec{B}_0 :

$$\vec{B}_{\text{вн}} = \kappa \vec{B}_0, \quad (8.2)$$

где κ — безразмерная величина, называемая *магнитной восприимчивостью вещества*.

Тогда полная индукция в веществе будет равна

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{вн}} = \vec{B}_0 (1 + \kappa) = \mu \vec{B}_0.$$

Следовательно, проницаемость и восприимчивость связаны простым соотношением:

$$\mu = 1 + \kappa. \quad (8.3)$$

Опыты показывают также, что намагниченность \vec{J} пропорциональна индукции \vec{B}_0 , причем оказывается, что

$$\vec{J} = \frac{\kappa}{\mu_0} \vec{B}_0.$$

При намагничивании вещества напряженность поля \vec{H}_0 , созданная макротоками, остается такой же, какой она была в вакууме:

$$\vec{H}_0 = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu \mu_0}.$$

Таким образом, принимается, что вихревая составляющая напряженности \vec{H}_0 (см. 4.9) определяется только макроскопическими токами и не зависит от среды, окружающей токи (подобно невихревой составляющей вектора электрического смещения, зависящей только от свободных электрических зарядов). Ниже мы увидим, что напряженность может иметь и невихревую составляющую (в неоднородных средах). Чисто вихревой вектор магнитной индукции \vec{B} определяется как макро-, так и микротоками, т. е. зависит от свойств среды. В этом отношении он подобен вектору электрической напряженности (невихревому), определяемому как свободными, так и связанными электрическими зарядами.

Если удалить часть вещества тора, так что он станет неоднородным (рис. 8.1), то магнитная индукция и магнитный поток в торе изменятся. Это легко заметить, если тор заполнен ферромагнетиком: во время удаления части тора гальванометр, соединенный с контрольной катушкой K , надетой на тор, дает отброс. При обратном внесении вынутого куска тора гальванометр дает отброс

противоположного знака. Подобный же эффект возникает при замыкании дугообразного магнита ферромагнитной пластиной (якорем) и при удалении якоря; при этом контрольная катушка заранее надевается на магнит. Дополнительными измерениями можно установить, что изъятие части вещества тора (или удаление якоря) сопровождается уменьшением индукции.

Для формального описания уменьшения индукции в неоднородном торе можно ввести «размагничивающий множитель» β , используя уравнение

$$\vec{B}_n = \vec{B} (1 - \beta), \quad (8.4)$$

где \vec{B}_n и \vec{B} — соответственно индукция в неоднородном и однородном торе.

Размагничивающий множитель зависит от геометрии образца. Для сплошного тора $\beta=0$, для неоднородного $0 < \beta < 1$ и растет при увеличении зазора в торе. Для стержня β пропорционален отношению сечения к длине. Следовательно, тонкий длинный стержень намагничивается легче, чем стержень такой же длины, но большего сечения. Поэтому отдельные железные стержни, расположенные вертикально, могут быть втянуты по одиночке в сильное магнитное поле катушки с током, помещенной над стержнями, но, если их связать вместе, они перестают втягиваться; для связки размагничивающий множитель увеличился.

В ферромагнитном торе, имеющем зазор (неоднородном), индукция \vec{B}' меньше, чем в сплошном, так как размагничивающий множитель положителен. Физический смысл этого уменьшения таков: при создании зазора уменьшается объем намагничиваемого вещества и полный магнитный момент последнего.

Так как индукция — вихревой вектор, то значение его в теле тора и в зазоре (если для простоты принять, что магнитный поток в обеих частях имеет одинаковое сечение, — для узких зазоров это справедливо) одинаково.

Напряженности же окажутся различными:

$$H_\tau = \frac{B'}{\mu\mu_0}; \quad H_z = \frac{B'}{\mu_0}. \quad (8.5)$$

Следовательно, вектор напряженности претерпевает разрыв нормальной составляющей на границе двух сред; таким образом, он имеет как вихревую, так и невихревую составляющие.

Эти соображения были нами использованы при рассмотрении простейшей теории электромагнитов (см. гл. 6).

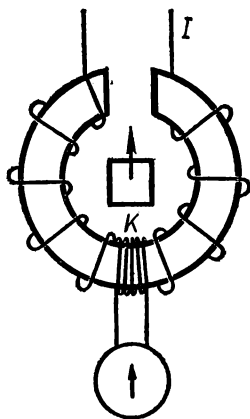


Рис. 8.1

8.2. ВИДЫ НАМАГНИЧИВАНИЯ

Из уравнения (8.2) следует, что во внешнем магнитном поле тела должны намагничиваться. Опыты показывают следующее:

1. Если между полюсами электромагнита подвесить на длинной тонкой нити небольшой стерженек из исследуемого вещества и включить ток в обмотке электромагнита, то стерженек, оказавшийся в неоднородном магнитном поле, испытывает силовое действие, не зависящее от направления вектора индукции поля (при изменении направления тока в обмотке электромагнита явление повторяется), но зависящее от вещества стерженька.

а) Если вещество **п а р а м а г н и т н о**, то стерженек поворачивается, устанавливаясь вдоль линий индукции поля, и вытягивается в область сильного поля. При этом его намагничение направлено по вектору индукции поля.

б) Если вещество **д и а м а г н и т н о**, то стерженек поворачивается, располагаясь перпендикулярно линиям индукции поля (выталкивается в область слабого поля); при этом его намагничение направлено против вектора индукции поля.

2. Жидкость, налитая в трубку, расположенную в области неоднородного поля, вытягивается в сильное поле, если она парамагнитна, и выталкивается, будучи диамагнитной.

3. Так же ведут себя и газы, что можно проконтролировать по пламени свечи (оно диамагнитно).

Описанные эффекты очень незначительны, что свидетельствует о слабом намагничении. Действительно, парамагнетики (алюминий, жидкий кислород) имеют восприимчивость χ_n порядка 10^{-6} . . . 10^{-3} , убывающую при нагревании вещества и практически не зависящую от индукции.

Восприимчивость χ_d диамагнетиков отрицательна и также невелика (-10^{-7} . . . -10^{-4}).

Она не зависит ни от температуры, ни от индукции. К диамагнетикам относятся висмут, вода, жидкий азот, многие неорганические и почти все органические соединения.

Незначительность восприимчивости тел обеих групп обуславливает малое отличие проницаемости от единицы, однако при этом

$$\mu_n > 1; \mu_d < 1.$$

4. Небольшая группа **ф е р р о м а г н и т н ы х** веществ характеризуется большими положительными значениями восприимчивости (до сотен тысяч). При этом χ сильно зависит от температуры, убывая при нагревании вещества и резко падая (до тысячных долей единицы) при температуре, называемой *температурой Кюри* (зависит от рода вещества). Кроме того, χ сложным образом зависит от индукции и от предшествующей магнитной истории вещества и является неоднозначной функцией индукции (см. ниже).

Многие ферромагнетики сохраняют намагничение при удалении их из намагничивающего поля (постоянные магниты). Ферромагне-

тики имеют громадное практическое значение, позволяя получать большие индукции при сравнительно слабых намагничивающих токах.

В XIX в. ученые пытались объяснить поведение тел при намагничении возникновением на концах тел «магнитных зарядов» (по аналогии с электрической поляризацией). Эти попытки оказались безрезультатными, так как не удалось получить уединенный магнитный заряд: в однородном магнитном поле тело никогда не испытывает действия сил, сообщающих ему поступательное ускорение.

В настоящее время представление о магнитных зарядах оставлено как несостоятельное и считается, что магнитные поля связаны либо с движущимися зарядами (токи проводимости), либо с переменными электрическими полями (токи смещения и поляризации).

Строгая теория намагничения (особенно твердых тел, в частности ферромагнетиков) есть теория квантовомеханическая, и здесь говорить о ней преждевременно.

Приближенные представления о причинах диа-, пара- и ферромагнетизма, излагаемые ниже, ни в какой степени не являются строгими, хотя и дают обычно хорошее согласие с опытом.

Намагничение вещества связано с существованием следующих микроскопических магнитных моментов:

1. Магнитный момент атомного ядра. Его влияние на намагничение тела невелико и сказывается лишь в тонких эффектах, которыми мы заниматься не будем.

2. Орбитальный магнитный момент, присущий электрону, вращающемуся вокруг ядра (простейшая модель атома Бора).

3. Собственный магнитный момент, присущий электрону, — свойство чисто квантового характера, не поддающееся наглядному истолкованию.

Вообразим электрон, обращающийся по круговой орбите радиусом ρ с частотой ν . Его можно уподобить круговому току

$$i = e\nu,$$

обладающему магнитным моментом, по модулю равным

$$|\vec{p}| = e\nu\rho^2.$$

Приняв $\nu = 10^{15}$ Гц, $\rho = 10^{-10}$ м, получим:

$$|\vec{p}| \approx 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Одновременно электрон обладает и моментом механического импульса:

$$|\vec{L}| = m\nu\rho = m \cdot 2\pi\nu\rho^2.$$

В соответствии с принятыми числовыми значениями

$$|\vec{L}| \approx 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

Векторы \vec{p} и \vec{L} антипараллельны, так как заряд электрона отрицателен. Отношение их модулей (механомагнитное или гиромагнитное отношение) равно

$$g = \frac{|\vec{p}|}{|\vec{L}|} = \frac{e}{2m}; \quad g = 9 \cdot 10^{10} \text{ Кл/кг}. \quad (8.6)$$

Это отношение может быть определено опытным путем, причем возможны следующие случаи:

1. $g_{\text{изм}} = g$. Орбитальные свойства проявляются отчетливо; собственные магнитные моменты не заметны (диамагнетики).
2. $g_{\text{изм}} = 2g$. Орбитальные свойства не проявляются. Резко выражены собственные магнитные моменты (ферромагнетики).
3. $g < g_{\text{изм}} < 2g$. Промежуточные случаи (парамагнетики).

8.3. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ДИАМАГНЕТИЗМА

Элементарная теория диамагнетизма может быть построена без учета собственных магнитных моментов электронов.

С классической точки зрения электронные орбиты могут как угодно ориентироваться в пространстве, и суммарный орбитальный момент атома (особенно при четном числе электронов; это число, как известно, равно атомному номеру Z) в отсутствие внешнего магнитного поля может быть равен нулю. Допустим, что именно это и имеет место. Кроме того, предположим для простоты, что все орбиты расположены в параллельных плоскостях, а вектор индукции намагничивающего поля перпендикулярен этим плоскостям.

Пусть индукция внешнего магнитного поля увеличивается от нуля до некоторого значения B (рис. 8.2). Внешний магнитный поток через плоскость орбит также будет увеличиваться, причем его нарастание происходит медленно (по сравнению с периодом

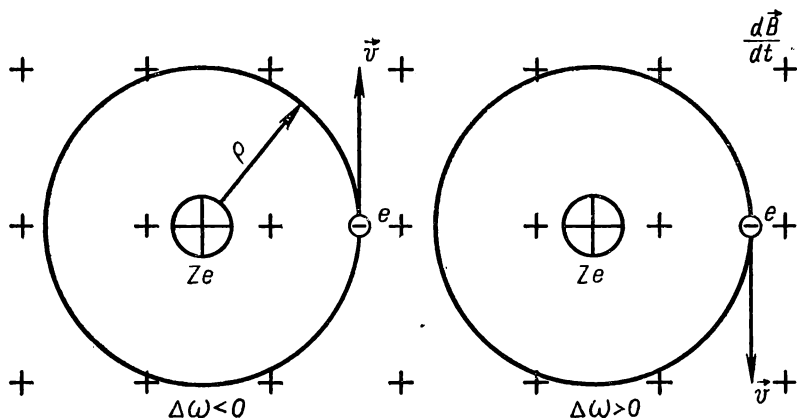


Рис. 8.2

вращения электронов). При этом возникнет явление электромагнитной индукции, в результате чего появится магнитное поле, противодействующее первичному. В этом и заключается сущность диамагнетизма. Можно показать, что при медленном нарастании поля радиус орбит не меняется; скорость же движения электронов претерпевает изменения.

Если магнитный поток растет от нуля до Φ , то возникает ЭДС индукции, равная

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} = E 2\pi r.$$

Следовательно, вдоль орбиты создается индуцированное электрическое поле напряженностью

$$E = -\frac{\rho}{2} \frac{dB}{dt}.$$

Оно сообщает электрону дополнительный механический импульс

$$m dv = m\rho d\omega = eE dt,$$

где $\omega = 2\pi\nu$ — угловая скорость обращения электрона по орбите. При этом электроны с орбитальным магнитным моментом, параллельным $\frac{d\vec{B}}{dt}$, уменьшают свою угловую скорость, а электроны с противоположным направлением магнитного момента увеличивают ее.

Полное изменение импульса за время увеличения внешнего поля равно

$$\int_0^{\Delta\omega} m\rho d\omega = m\rho \Delta\omega = \int_0^t eE dt = \frac{e\rho}{2} \int_0^B dB = -\frac{e\rho}{2} B.$$

Следовательно, частота обращения по орбите изменяется на величину, равную

$$\Delta\omega = -\frac{e}{2m} B. \quad (8.7)$$

Так как обычно индукция не превышает десятых долей тесла, то

$$\Delta\omega \approx 10^{11} \text{ с}^{-1}.$$

Полное изменение орбитального магнитного момента одного электрона при этом равно

$$\Delta p_{\text{орб}} = \pi r^2 e \frac{\Delta\omega}{2\pi} = -\frac{e^2 r^2}{4m} B.$$

Пусть имеется вещество с атомным номером $Z=30$ и концентрация атомов равна $n=10^{28} \text{ м}^{-3}$. Тогда, если бы все орбиты лежали в плоскости, перпендикулярной вектору индукции внешнего поля, то намагниченность единицы объема вещества составила бы

$$\Delta \vec{J} = \frac{\kappa}{\mu_0} \vec{B} = \Delta p_{\text{орб}} Z n.$$

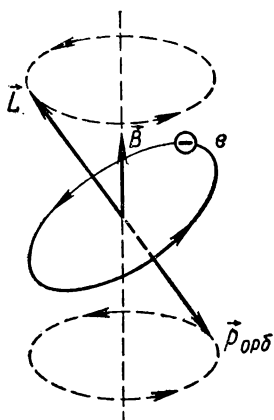


Рис. 8.3

Из вышенаписанных уравнений можно найти χ :

$$\chi = -\frac{\mu_0 e^2 \rho^2}{4m} Z n \approx -2,5 \cdot 10^{-5}. \quad (8.8)$$

По порядку величины этот результат верен, хотя, конечно, в действительности орбиты расположены хаотически.

Рассмотрим одну из орбит, расположенную под произвольным углом к направлению индукции \vec{B} внешнего поля (рис. 8.3). Так как обращающийся электрон подобен волчку с моментом механического импульса $\vec{L} = m[\vec{r}\vec{v}]$, то должна возникнуть прецессия орбиты и момента импульса вокруг направления \vec{B} (см. гл. 4 «Механики»); ось прецессии проходит через центр орбиты.

Вращающий момент, действующий на движущийся электрон, есть

$$\vec{M} = [\vec{p}_{orb} \vec{B}],$$

и изменение момента импульса равно

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{p}_{orb} \vec{B}] = -[g\vec{L}\vec{B}] = [\vec{\Omega}\vec{L}],$$

где Ω — угловая частота прецессии. Поэтому получается:

$$\Omega = gB = \frac{e}{2m} B,$$

что совпадает с (8.7). Частота прецессии Ω называется *частотой Лармора*. Она вдвое меньше циклотронной частоты, встретившейся нам в § 5.3.

Конечно, вместе с механическим моментом прецессирует и магнитный. Сумма проекций прецессирующих моментов на направление \vec{B} , вычисленная для единицы объема вещества, дает его намагниченность и позволяет вычислить восприимчивость. Получающийся результат отличается от определяемого по формуле (8.8) только множителем, меньшим единицы.

Хаотическое движение атомов и, следовательно, изменение температуры вещества не должны влиять на намагниченность диамагнетика, так как каждому изменению ориентации орбиты будет соответствовать изменение индукции. Опыт подтверждает это предположение: восприимчивость диамагнетика от температуры не зависит.

Из наших рассуждений можно заключить, что диамагнитные свойства должны проявляться у всех веществ. Это верно; но слабый диамагнитный эффект у ряда веществ маскируется другими, более сильными эффектами.

8.4. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ПАРАМАГНЕТИЗМА

У парамагнитных веществ атомы обладают постоянным, отличным от нуля, магнитным моментом:

$$\vec{p} \neq 0,$$

зависящим как от орбитальных, так и от собственных магнитных моментов электронов. В отсутствие внешнего магнитного поля эти моменты ориентированы в пространстве хаотично и вещество оказывается ненамагниченным.

При создании поля с индукцией \vec{B} эти постоянные моменты начинают прецессировать вокруг направления вектора \vec{B} (другого эффекта магнитное поле вызвать не может!). Но, благодаря хаотическим соударениям атомов, возникают еще два взаимно противоположных эффекта:

1. Угол прецессии и ее частота постепенно уменьшаются, и моменты \vec{p} располагаются вдоль направления вектора индукции поля — вещество намагничивается вдоль этого направления, и потенциальная энергия магнитных моментов в магнитном поле переходит во внутреннюю энергию вещества.

Этот процесс подобен постепенному затуханию прецессии макроскопического волчка из-за трения, причем ось волчка в конце концов устанавливается вдоль направления силы тяжести.

2. Ориентация магнитных моментов вдоль индукции поля нарушается. В результате парамагнетик слегка намагничивается в направлении вектора индукции, но намагниченность его зависит от температуры.

П. Ланжевен показал в начале XX в., что в обычных (не очень сильных) магнитных полях намагничение единицы объема парамагнетика описывается соотношением

$$\vec{J} = \vec{p} Z n \alpha,$$

где величина

$$\alpha = \frac{pB}{kT}$$

определяет отношение средней энергии магнитного момента в магнитном поле к средней энергии беспорядочного движения атомов.

В обычных условиях опыта ($B \approx 0,1$ Тл, $T \approx 300$ К) получается:

$$\alpha \approx 2 \cdot 10^{-4},$$

т. е. ориентирована лишь незначительная часть всех магнитных моментов.

Для намагниченности получается:

$$\vec{J} = \frac{\kappa}{\mu_0} \vec{B} = Zn \frac{p^2}{kT} \vec{B},$$

и восприимчивость парамагнетика равняется

$$\kappa = \mu_0 Zn \frac{p^2}{kT}.$$

Так как Z и n того же порядка, что и у диамагнетика (§ 8.3), то при $T=300$ К получим $\kappa \approx 10^{-3}$, что соответствует действительности. Эта упрощенная теория дает и правильное описание температурной зависимости восприимчивости.

Намагничиваясь в направлении вектора индукции, парамагнетик в неоднородном поле будет втягиваться в область сильного поля.

Если в веществе имеются электроны проводимости, то и они дают свой вклад в значение восприимчивости, однако его нельзя оценить столь простыми рассуждениями.

Следует отметить, что при намагничении парамагнетик должен приобрести и механический момент. Действительно, при ориентации магнитных моментов электронов ориентируются и их механические моменты. Ориентация происходит за счет внутренних сил (хаотических соударений). По закону сохранения механического импульса макроскопический парамагнетик должен прийти во вращение вокруг направления вектора индукции \vec{B} поля с частотой ω_i , причем должно быть:

$$I\omega_i = -\Sigma \vec{L}_i = -\frac{1}{g} \Sigma \vec{p}_i,$$

где I — момент инерции парамагнетика. Этот вывод подтверждается на опыте (эффект Эйнштейна — де-Гааза).

Из подобных измерений можно определить магнитомеханическое отношение g . Для ряда парамагнетиков получается:

$$g_{изм} = g = \frac{e}{2m},$$

в полном соответствии с формулой (8.6).

Для некоторых парамагнетиков

$$2g > g_{изм} > g,$$

что свидетельствует о существовании иных магнитных моментов, кроме орбитальных.

Попутно отметим, что приведение образца в макроскопическое вращение заставляет моменты механического импульса прецессировать вокруг оси вращения; хаотическое взаимодействие атомов, нарушая прецессию, приведет к ориентации моментов механического импульса вдоль оси вращения. При этом, конечно, ориенти-

руются и магнитные моменты; следовательно, образец должен при вращении намагнититься. Этот тонкий эффект был подтвержден на опыте (с ферромагнитным образцом) Барнеттом в двадцатых годах нашего века (через десять лет после установления эффекта Эйнштейна — де-Гааза).

8.5. ПРИРОДА ФЕРРОМАГНЕТИЗМА

Измерение эффекта Эйнштейна — де-Гааза на ферромагнетиках дало неожиданный результат:

$$g_{\text{изм}} = \frac{e}{m} = 2g = g_s.$$

Это было прямым указанием на невозможность объяснения ферромагнетизма при помощи орбитальных магнитных моментов.

В дальнейшем выяснилось, что орбитальные моменты не играют заметной роли в явлениях ферромагнетизма. Последние тесно связаны лишь с собственными магнитными моментами электронов.

Как мы уже отмечали выше, ряд магнитных (и оптических) явлений заставляет приписать электрону собственный магнитный момент \vec{p}_s , антипараллельный собственному моменту механического импульса \vec{L}_s (его называют *спином* — от английского слова «веретено»). Так как оба момента неразрывно связаны друг с другом, то термин «спин» часто применяют и к магнитному моменту.

Не следует пытаться создать наглядное представление о спине, как результате собственного вращения электрона вокруг своей оси; спин — чисто квантовое свойство, не поддающееся, как и другие квантовые свойства, наглядной трактовке.

Достаточно усвоить, что магнитное поле с индукцией \vec{B}_1 собственного магнитного момента электрона на больших (в атомном масштабе) расстояниях является полем диполя. Как и для всех иных магнитных полей, вектор индукции \vec{B}_1 — чисто вихревой.

Во внешнем магнитном поле собственный магнитный момент устанавливается только вдоль линий индукции поля, причем две его возможные проекции на направление индукции внешнего поля равны

$$p_s = \pm \frac{e}{m} \frac{h}{4\pi}, \quad (8.9)$$

где величина

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} —$$

одна из характерных для квантовой механики постоянных, называемая *постоянной Планка*. Таким образом,

$$p_s = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2. \quad (8.10)$$

Этот момент называют *магнетоном Бора*. Величина орбитальных магнитных моментов также близка к этому значению.

Спин электрона равен

$$L_s = \frac{p_s}{g_s} = p_s \frac{m}{e} = 5,3 \cdot 10^{-35} \text{ Дж} \cdot \text{с.} \quad (8.11)$$

Ферромагнетики сильно намагничиваются уже в слабых внешних полях ($B_0 \approx 10^{-3}$ Тл). Если бы все спины ориентировались в направлении индукции внешнего поля, то намагниченность достигла бы величины

$$\vec{J} = \vec{p}_s Z n = \frac{\kappa}{\mu_0} \vec{B}_0.$$

Для железа ($Z=26$, $n \approx 10^{29} \text{ м}^{-3}$) получаем:

$$J = 2,4 \cdot 10^7 \text{ А/м; } \kappa = 3 \cdot 10^4.$$

В действительности восприимчивость не так велика (порядка нескольких тысяч), так что приходится допустить, что на один атом приходится только два-три взаимно параллельных момента \vec{p}_s . Остальные моменты попарно взаимно противоположны и компенсируются.

Особенности намагничивания ферромагнетиков таковы:

Восприимчивость (практически не отличающаяся от магнитной проницаемости) велика и сложным образом зависит от индукции намагничивающего поля и от предыдущей истории образца.

Например, для чистого железа кривая первоначального намагничивания $OA'A$ (рис. 8.4, а) идет сначала полого, затем крутизна ее резко возрастает, после чего рост намагничивания сильно замедляется (явление насыщения). Если в некоторой точке A начать размагничивать ферромагнетик, уменьшая индукцию внешнего поля, то получается кривая AKL : намагничение отстает от поля, почему это явление и называют *гистерезисом*. При индукции внешнего поля, равной нулю, в веществе сохраняется остаточная индукция $B_{ост}$. Ее можно уничтожить, создав внешнее поле, линии индукции которого противоположны по направлению линиям индукции первоначального поля. Поле напряженностью $H_{зад}$, при которой индукция исчезает, называется *задерживающим полем*. Благодаря этой особенности ферромагнетиков возможно создание постоянных магнитов. При дальнейшем изменении индукции на-

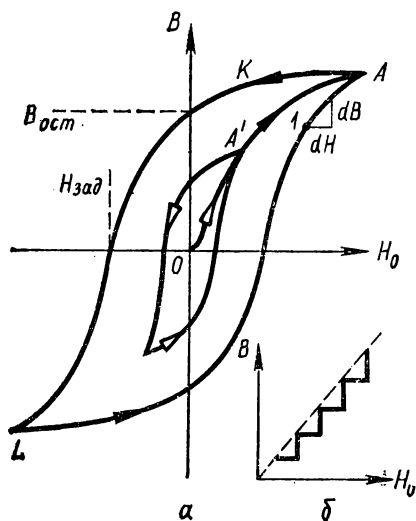


Рис. 8.4

магнитизирующего поля кривая идет, как показано на рисунке, образуя замкнутую петлю гистерезиса. Аналитического выражения петли дать не удастся, но можно показать, что площадь, охватываемая петлей, пропорциональна работе перемагничивания образца. Если начать перемагничивание не в точке A , а в какой-то другой точке A' , то также получается петля. На рисунке 8.5 изображено семейство петель, полученное на экране электронного осциллографа при перемагничивании ферромагнетика переменным током,

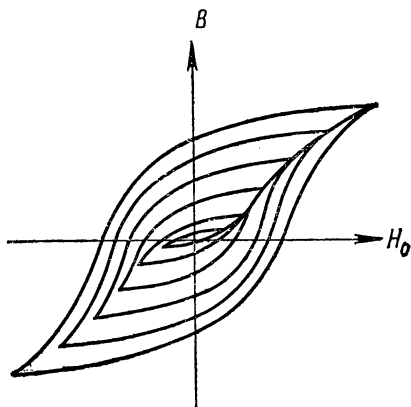


Рис. 8.5

доводившимся до различных предельных значений. Опыты такого рода проводятся по схеме, впервые предложенной А. Г. Столетовым. Образец представляет собой ферромагнитный тор, снабженный намагничивающей обмоткой, на которую надета контрольная катушка (см. рис. 8.1), соединенная с гальванометром. Постепенно увеличивая силу намагничивающего тока, измеряют приросты индукции и строят кривую намагничивания. При осциллографической записи на пластины осциллографа, дающие горизонтальное смещение пучка, подают напряжение, пропорциональное силе тока в намагничивающей катушке, а на пластины вертикального отклонения подают проинтегрированное по времени (существуют электрические интегрирующие схемы; их рассматривают в курсе радиотехники) напряжение с контрольной катушки, пропорциональное индукции.

Величины, характеризующие предельные размеры и форму петли, могут быть весьма различны; они зависят от состава ферромагнетика и условий его термической и механической обработки.

При периодическом перемагничивании ферромагнетик нагревается, с чем необходимо считаться на практике.

Гладкость кривой намагничивания только кажущаяся. Если внутрь длинной катушки вложить стерженек, например, из сплава железа с никелем (пермаллоя), обладающего очень большой проницаемостью, соединить катушку с усилителем и громкоговорителем и, подвесив над горизонтальной катушкой дугообразный магнит, закрутить нить его подвеса и дать ей раскручиваться, то магнит будет совершать крутильные колебания с частотой порядка долей герца. С такой же частотой будет меняться индукция намагничивающего поля. Поэтому можно было бы ожидать, что и ЭДС индукции, наводимая в катушке, будет иметь частоту менее 1 Гц, не воспринимаемую ухом (и не воспроизводимую громкоговорителем). Между тем на опыте отчетливо слышны шорохи, периодически повторяющиеся при вращении магнита. Это значит, что в ка-

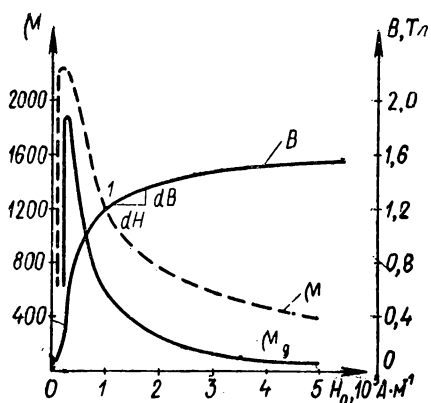


Рис. 8.6

зовать ферромагнетик одним значением проницаемости (или восприимчивости).

Обычно пользуются кривой первоначального намагничивания (рис. 8.4, а) и определяют относительную проницаемость как отношение индукции B к намагничивающей индукции $\mu_0 H_0$:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H_0}.$$

Зависимость $\mu = f(H_0)$ показана на рисунке 8.6 пунктиром.

Но для ряда практических задач (когда вещество перемагничивается слабым переменным полем в присутствии сильного постоянного поля) важнее знать «дифференциальную проницаемость»

$$\mu_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH_0},$$

определяемую для данной точки кривой (точка 1 на рис. 8.6) и характеризующую наклон кривой в данной точке.

При нагревании ферромагнетика его свойство сильно намагничиваться исчезает при некоторой температуре (температура Кюри) и он становится парамагнетиком. Так, нагревая стальной стержень до красного каления, можно заметить, что он перестает сколько-нибудь заметно взаимодействовать с электромагнитом. При охлаждении ферромагнитные свойства самопроизвольно восстанавливаются. Для железа температура Кюри равна 770°C , для никеля — 370°C .

Эта особенность ферромагнетиков (как, впрочем, и другие вышеописанные свойства этих материалов) наводит на мысль, что ферромагнетизм — свойство коллектива атомов, а не отдельных атомов. Действительно, в газообразном состоянии железо диамагнитно.

Некоторые сплавы, содержащие ферромагнетики, не обладают магнитными свойствами; с другой стороны, существуют сплавы

тушке возникает ЭДС с частотой в сотни или тысячи герц. Дело в том, что, как показал Г. Баркгаузен, вещество намагничивается ступенчатым образом (часть кривой намагничивания в сильно увеличенном масштабе показана на рис. 8.4, б). И лишь незначительность этих «ступенек» создает в обычных измерениях впечатление непрерывности процесса намагничивания.

Так как индукция в ферромагнетике сложным образом зависит от индукции намагничивающего поля и от предыстории образца, то нельзя охарактери-

несмагнитных веществ, имеющие ферромагнитные свойства (сплавы Гейслера).

В зависимости от технических нужд применяются ферромагнетики с самыми разнообразными характеристиками. Для электрических машин и трансформаторов переменного тока, где ферромагнетик длительно перемагничивается, используют магнитно-мягкие материалы с большой индукцией насыщения и возможно малой напряженностью задерживающего поля (рис. 8.7, а), чтобы площадь петли была по возможности мала.

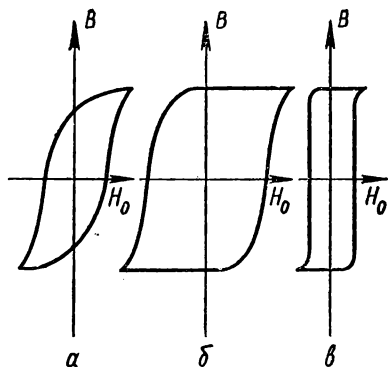


Рис. 8.7

Для постоянных магнитов площадь петли роли не играет. Здесь нужен магнитно-жесткий материал, имеющий большую остаточную индукцию и, главное, большую напряженность задерживающего поля (рис. 8.7, б), причем спад кривой должен быть крутым, чтобы малые случайные внешние поля не влияли на остаточную индукцию.

Заметим, что идеальный монокристалл обладал бы прямоугольной петлей гистерезиса, имеющей ничтожно малую площадь. В реальных условиях петля может быть близка к прямоугольной (рис. 8.7, в).

Технические материалы обычно являются поликристаллическими, и их петли довольно далеки от идеальной.

Небольшое удельное сопротивление ферромагнетиков не позволяет использовать их при радиочастотах (10^5 Гц и больше) из-за больших потерь на вихревые токи. Для радиотехнических цепей разработаны различные ферриты (соединения оксида железа с оксидами двухвалентных металлов), отличающиеся весьма большим удельным сопротивлением и обладающие заметными магнитными свойствами.

В таблице 1 приведены некоторые характеристики, подчеркивающие разнообразие свойств ферромагнетиков и ферритов.

Таблица 1

	$B_{\text{нас}}, \text{ Тл}$	$B_{\text{ост}}, \text{ Тл}$	μ_{max}	$H_{\text{зад}}, \text{ А}\cdot\text{м}^{-1}$	$\rho, \text{ Ом}\cdot\text{м}$
Железо техническое	2,1	0,05	5000	80	} $\approx 10^{-7}$
Пермаллой	0,8	0,02	10^6	0,16	
Платино-кобальтовый сплав	—	0,5	—	$3 \cdot 10^5$	
Магний-марганцевый феррит	0,2	0,02	500	110	10^3
Никель-цинковый феррит	0,2	$7 \cdot 10^{-4}$	7500	4	0,1

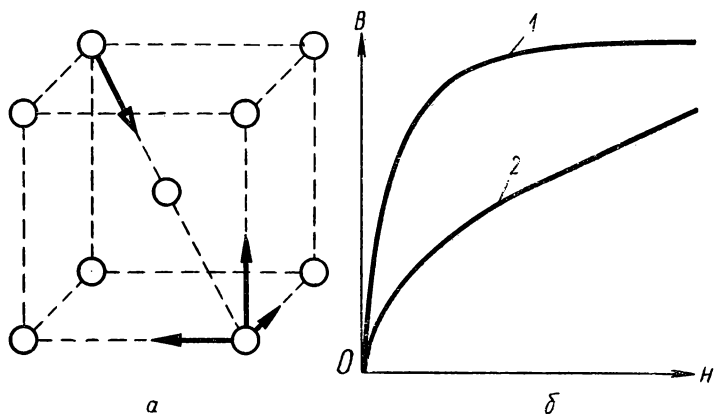


Рис. 8.8

Для понимания природы ферромагнетизма очень важен установленный экспериментально факт существования в кристалле ферромагнетика направлений «легкого» и «трудного» намагничения.

Так, кристалл железа имеет кубическую объемно-центрированную решетку: ионы железа расположены по вершинам куба и в его центре (рис. 8.8, а). Легче всего кристалл намагничивается в направлении ребер куба (черная стрелка); труднее всего намагнитить кристалл в направлении диагонали, соединяющей вершины куба и проходящей через центральный ион (светлая стрелка); кривые намагничения в этих направлениях (1, 2) схематически показаны на рисунке 8.8, б. Между этими кривыми укладываются кривые намагничения в других направлениях.

При температурах более низких, чем температура Кюри, отдельные микроскопические области кристалла (домены), имеющие размеры от 10^{-6} до 10^{-8} см³ и содержащие до 10^{15} ионов, в силу особенностей квантового взаимодействия спинов оказываются намагничеными практически до насыщения (спины располагаются параллельно друг другу); направление намагничения соответствует легкому намагничению. Перемагнитить их нелегко, так как при этом спины должны пройти через направления более трудного намагничения. Но магнитные моменты доменов, представляющих макроскопические монокристаллы, расположены в пространстве произвольно, и поликристалл в целом оказывается ненамагниченным. Он не создает заметного внешнего поля, и лишь между границами доменов можно наблюдать в очень небольшом объеме внешнее поле кристалла. Для его обнаружения образец шлифуют и покрывают слоем вязкой жидкости со взвешенными частицами мелкого ферромагнитного порошка. Частицы последнего концентрируются в этом поле, что можно увидеть в микроскоп. Модель этого явления можно получить, если расположить в одной плос-

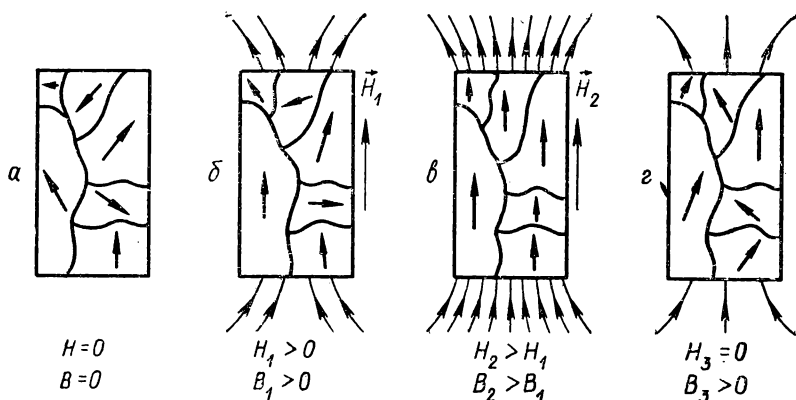


Рис. 8.9

кости торцы нескольких постоянных прямых магнитов, накрыть их бумагой и насыпать на бумагу ферромагнитные опилки. Они также расположатся на границах между торцами, где существует относительно сильное поле.

Возможное расположение доменов в немагниченном образце схематически показано на рисунке 8.9, а. Это расположение отвечает минимуму потенциальной энергии образца. Взаимодействие спинов внутри доменов можно описать, введя формальное представление о внутреннем магнитном поле; индукция его велика (до 100 Тл). Поэтому беспорядочные колебания частиц кристалла не могут разрушить упорядоченное расположение спинов (если температура поликристалла ниже температуры Кюри).

При наложении на образец внешнего магнитного поля (рис. 8.9, б) часть доменов оказывается в энергетически выгодном состоянии: их магнитные моменты параллельны индукции поля. Взаимодействие с теми соседними доменами, намагничение которых также близко по направлению к направлению индукции внешнего поля, приводит к частичной перестройке спинов у границ доменов, и «благоприятно намагниченный» домен растет за счет соседа (смещение границ). Этот процесс носит микроскопически скачкообразный характер и обуславливает существование баркгаузеновского скачкообразного намагничения в нижней части кривой намагничения. При увеличении индукции внешнего поля намагничение возрастает.

Возникающее в окружающем пространстве магнитное поле, порожденное намагниченным образцом, конечно, обладает энергией. Эта энергия сообщается намагничивающим полем в процессе первоначального намагничения (рис. 8.9, в).

В верхней части кривой намагничения при приближении к насыщению образца возникает новый механизм намагничения — часть доменов сразу перемагничивается целиком (поворот намагничения).

Так как оба процесса намагничения не полностью обратимы, то при уменьшении индукции намагничивающего поля появляется гистерезис — намагничение образца отстает от поля (рис. 8.9, г).

8.6. МАГНИТНЫЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ СТРОЕНИЯ ВЕЩЕСТВА

В заключение ознакомимся с некоторыми магнитными методами изучения строения вещества, нашедшими очень широкое применение в современной физике.

1. Метод циклотронного резонанса. Если создать в металле или полупроводнике постоянное магнитное поле (в случае металла линии индукции должны быть параллельны поверхности образца), то найдутся электроны проводимости, которые станут двигаться в этом поле по окружности (или по спирали, если они имеют составляющую скорости вдоль направления индукции поля). Частота их обращения по кривой (циклотронная частота) зависит от индукции поля:

$$\omega = \frac{e}{m} B.$$

Здесь m — эффективная масса электрона, отличная от его истинной массы, так как он движется не свободно, а взаимодействуя с кристаллической решеткой.

Одновременно с постоянным магнитным полем в образце создается переменное электромагнитное поле (в металлах, обладающих значительной электрической проводимостью, оно не проникает в глубь образца, почему в этом случае и идет речь об электронах, близких к его поверхности). Взаимодействие электронов с этим полем, сопровождающееся поглощением энергии последнего, выражено тем сильнее, чем ближе частота изменения поля подходит к циклотронной частоте (*циклотронный резонанс*). Определяя на опыте циклотронную частоту, можно получить ценные сведения о свойствах электронов (и дырок) и их взаимодействии с кристаллической решеткой кристалла.

2. Электронный парамагнитный резонанс. Возбуждая такие же поля в парамагнетике, частицы которого обладают постоянным магнитным моментом, также удастся наблюдать резонансное поглощение энергии переменного магнитного поля при частотах, зависящих от изменения энергии частиц вещества в постоянном поле (эффект Зеемана, см. «Оптику и атомную физику»). Это явление, важное в научных и практических отношениях, называют *электронным парамагнитным резонансом*. Оно было открыто в 1944 г. Е. К. Завойским.

3. Электронный ферромагнитный резонанс. Подобное же резонансное поглощение энергии высокочастотного поля в ферромагнетиках, где оно обусловлено взаимодействием поля со спинами, называется *электронным ферромагнитным резонансом* и также служит для изучения свойств ферромагнетиков.

9.1. ТОК СМЕЩЕНИЯ

При изучении постоянного тока мы видели, что необходимым условием существования такого тока является замкнутость цепи, т. е. наличие электропроводности во всех ее точках. Но для непостоянных токов это требование не обязательно. Так, при разрядке или зарядке конденсатора (см. § 2.4) диэлектрик между его обкладками не обладает электропроводностью, однако же по проводящей части цепи течет ток проводимости, при этом изменяется заряд на пластинах, а в самом конденсаторе меняется электрическое поле. На это обстоятельство обратил внимание Д. ж. М а к с в е л л (1831—1879). Он ввел понятие о *токе смещения*, дополняющем (в непроводящих участках) ток проводимости. Например, при зарядке конденсатора (площадь пластин S) сила зарядного тока равна (рис. 9.1, а)

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int \sigma dS = \frac{\partial}{\partial t} \int D_n dS = \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

(напомним, что $D = \sigma$, см. § 1.9). Здесь мы ввели частные производные, так как смещение \vec{D} может быть функцией времени и координат.

Введем понятие плотности тока смещения:

$$\vec{j} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (9.1)$$

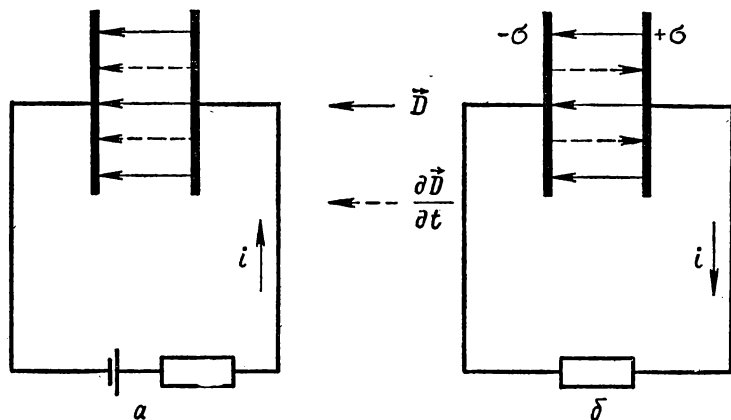


Рис. 9.1

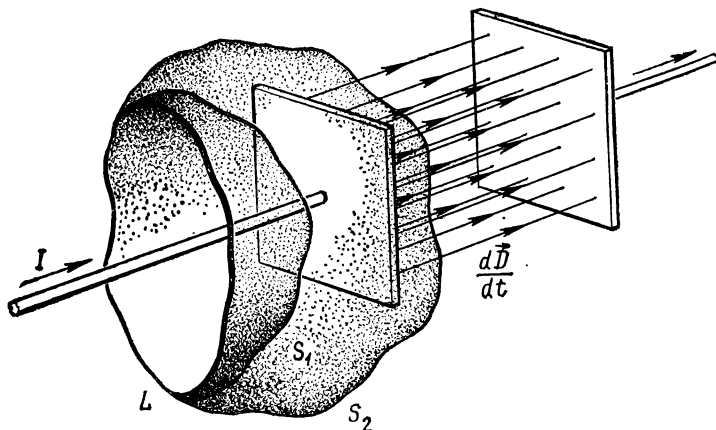


Рис. 9.2

По Максвеллу, этот ток смещения дополняет ток проводимости, так что в любом сечении цепи существует тот или иной ток, и цепь оказывается как бы замкнутой. При разрядке конденсатора (рис. 9.1, б) оба тока меняют знак.

Кроме того, Максвелл сделал еще одно смелое предположение — о магнитном поле тока смещения.

Для уяснения этой идеи вспомним, что в законе полного тока (см. 4.22):

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

форма поверхности S , опирающейся на контур L , по которому берется циркуляция, совершенно произвольна. На рисунке 9.2 изображены две такие поверхности: одна из них пронизывается проводом, несущим ток проводимости, другая же проходит внутри конденсатора и ток проводимости ее не пронизывает. Получается кажущееся противоречие с законом полного тока: для поверхности S_1 циркуляция вектора \vec{H} отлична от нуля, для поверхности S_2 — как будто должна равняться нулю. Максвелл допустил, что меняющееся во времени электрическое поле (ток смещения) обладает свойствами тока проводимости: создает вокруг себя магнитное поле, а потому должно учитываться в законе полного тока.

В нашем примере оба тока взаимно дополняют друг друга. Но в общем случае среда может обладать как электропроводимостью, так и проницаемостью, т. е. оба тока могут существовать в ней одновременно и должны считаться текущими параллельно. Поэтому плотность полного тока по Максвеллу описывается уравнением

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{см}} = \vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (9.2)$$

Эта плотность тока и должна учитываться при расчете магнитных полей по уравнению (4.22).

Так как вектор электрического смещения (см. § 1.9)

$$\vec{D} = \vec{P} + \epsilon_0 \vec{E}$$

состоит из двух слагаемых — вектора поляризуемости \vec{P} , отражающего присутствие в данном элементе объема электрических диполей, и вектора напряженности \vec{E} , не зависящего от присутствия зарядов, то и ток смещения состоит из двух слагаемых: тока поляризации $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ и тока смещения $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, не связанного с зарядами.

В вакууме $\vec{P} = 0$ и плотность тока смещения равна

$$\vec{j}_{\text{см}} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (9.3)$$

Таким образом, в отличие от тока проводимости, имеющего весьма простой и наглядный смысл, ток смещения в вакууме не связан с перемещением или изменением состояния каких-либо частиц; ток смещения нельзя сопоставить с какой-либо механической моделью, позволяющей наглядно представить себе это явление.

Смелость мысли Максвелла становится особенно очевидной, если учесть, что гипотеза о токе смещения и его магнитных свойствах не опиралась на опыт, а, наоборот, требовала экспериментальной проверки.

Токи проводимости получить легко, их магнитные поля (или тепловые действия) могут быть обнаружены на опытах; но токи смещения (и поляризации) теплового действия не оказывают; эти токи можно обнаружить только по их магнитным проявлениям. Для этого изменения смещения \vec{D} должны происходить достаточно быстро. Так, если вектор \vec{D} меняется периодически, можно было надеяться на измерение индукции его магнитного поля при частоте изменений \vec{D} , превышающей $10^6 \dots 10^7$ Гц.

Лишь в 1888 г., уже после смерти Максвелла, Г. Герц (1857—1894) впервые экспериментально доказал реальность тока смещения и его магнитного поля. О его опытах речь будет идти в главе 12.

Гипотеза Максвелла о существовании тока смещения и наличии у него магнитного поля была проверена и рядом других исследователей. В частности, магнитное поле тока смещения и тока поляризации было эксперименталь-

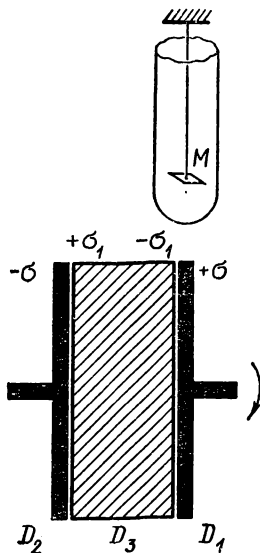


Рис. 9.3

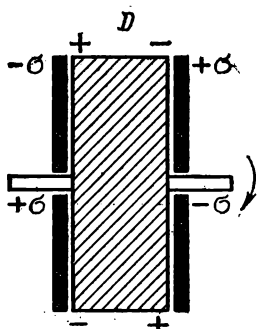


Рис. 9.4

но изучено в тонких опытах Эйхенвальда. На рисунке 9.3 показана схема одного из этих опытов. Плоский конденсатор состоит из металлических дисков D_1 и D_2 и диэлектрического диска D_3 ; конденсатор постоянно подключен к источнику ЭДС. Магнитная стрелка M на тонкой нити расположена вблизи одного из дисков; с ее помощью можно измерить индукцию магнитного поля, возникающего при вращении близлежащих частей прибора.

Если вращать только диск D_1 , то сила тока переносимых при этом зарядов (конвекционного) будет пропорциональна плотности σ свободных зарядов диска. Если вращать диски D_1 и D_3 , то сила конвекционного тока будет пропорциональна алгебраической сумме плотностей σ^+ зарядов и плотности σ^- ближайших к ним связанных зарядов на диске D_3 . Но $\sigma^+ \sim \epsilon$, $\sigma^- \sim (\epsilon - 1)$, так что алгебраическая сумма $\sigma^+ + \sigma^-$ не зависит от рода диэлектрика и сила тока будет меньше, чем в первом случае; при удалении диэлектрика из прибора сила тока не меняется (по сравнению со вторым случаем).

Опыты показали, что магнитное поле действительно создается как свободными, так и связанными движущимися зарядами.

В других опытах Эйхенвальд вращал диэлектрический диск D между обкладками конденсатора, включенными по схеме рисунка 9.4. При этом поляризация диска периодически изменялась и

вдоль оси вращения существовал ток поляризации $\frac{d\vec{P}}{dt}$. Индукция его магнитного поля измерялась не показанным на рисунке магнетометром. Во всех опытах было получено полное согласие с теорией Максвелла.

Меняющийся во времени ток смещения сопровождается меняющимся во времени магнитным полем. Последнее, по закону индукции Фарадея, в свою очередь связано с меняющимся электрическим полем, т. е. током смещения и т. д. Развивая эту мысль, Максвелл пришел к заключению о возможности существования переменных полей, неразрывно связанных друг с другом и распространяющихся в пространстве, но не связанных с зарядами (электромагнитное поле).

Наиболее полное подтверждение этой идеи Максвелла было получено в работах Г. Герца, установившего реальность электромагнитных волн.

9.2. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Сведем теперь воедино все основные законы электродинамики. Обобщение всех опытных данных, описанных в предыдущих главах, приводит к нескольким основным уравнениям:

1. Теорема Остроградского — Гаусса: поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность S , охватывающую заряды Q_i , равен алгебраической сумме последних:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \Sigma Q_i = \int_V \rho dV, \quad (9.4)$$

здесь ρ — плотность заряда (объемная), dV — элемент объема внутри поверхности. Напомним, что внешние заряды не влияют на величину потока.

2. Обобщенный закон полного тока (закон Ампера — Максвелла): циркуляция напряженности магнитного поля по произвольному контуру равна полному току (смещения и проводимости), пронизывающему любую поверхность, опирающуюся на этот контур:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \left(\vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}. \quad (9.5)$$

Плотность полного тока равна

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (9.6)$$

Другим выражением закона (9.5) является закон Био — Савара — Лапласа, позволяющий рассчитывать магнитные поля токов, пользуясь понятием элемента тока.

3. Закон электромагнитной индукции Фарадея: переменное во времени магнитное поле порождает вокруг себя вихревое электрическое поле:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad (9.7)$$

где магнитный поток рассчитывается через произвольную поверхность S , опирающуюся на контур L , по которому берется циркуляция напряженности электрического поля.

4. Магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \equiv 0. \quad (9.8)$$

Это означает, что поле вектора \vec{B} является чисто вихревым (или что не существует «магнитных зарядов»).

Уравнения (9.4—9.8) образуют систему уравнений, носящую имя Максвелла. Записаны они в интегральной форме. Гораздо чаще используется дифференциальная форма записи этих уравнений, которая позволяет описать электромагнитное поле в любой точке (точнее, в любом элементарном объеме) пространства. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме легко получить из вышепри-

веденных путем применения известных из векторного анализа теорем Остроградского — Гаусса и Стокса, устанавливающих связь между линейными, поверхностными и объемными интегралами.

Теорема Остроградского — Гаусса связывает объемный интеграл с поверхностным:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{A} dV = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{S},$$

где скалярная функция (*дивергенция*, расхождение) в декартовых координатах имеет вид

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

Теорема Стокса связывает поверхностный интеграл с линейным:

$$\int_S \operatorname{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint_L \vec{A} \cdot d\vec{l},$$

где векторная функция (*ротор*, вихрь) в декартовых координатах выражается следующим образом:

$$\operatorname{rot} \vec{A} = \vec{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right).$$

С учетом этих соотношений уравнения (9.4, 9.5, 9.7, 9.8) принимают вид

$$\begin{aligned} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= \int_V \rho dV = \int_V \operatorname{div} \vec{D} dV, \\ \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \int_S \left(\vec{j}_{\text{np}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = \int_S \operatorname{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S}; \\ -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= \int_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S}; \\ 0 &= \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{B} dV. \end{aligned}$$

Так как объемы и поверхности, по которым проводится интегрирование, произвольны, то можно приравнять подынтегральные функции и получить уравнения Максвелла в искомой дифференциальной форме, описывающей поле в каждой точке пространства:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad (9.9)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{np}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (9.10)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (9.11)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (9.12)$$

Полученные выше уравнения (9.4—9.8) или (9.9—9.12) еще недостаточны для решения задач электродинамики. Действительно, система уравнений Максвелла состоит из 8 скалярных дифференциальных уравнений, из которых только 7 являются независимыми. Уравнения (9.10) и (9.11) векторные, каждое из них содержит 3 скалярных уравнения. Уравнение (9.12) является математическим следствием уравнения (9.11). Взяв от (9.11) дивергенцию, получим: $\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{B} = 0$, так как $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{E} = 0$. Значит, $\operatorname{div} \vec{B} = \text{const}$. Но уравнение (9.12) содержит важное физическое утверждение: $\operatorname{div} \vec{B} \equiv 0$, т. е. не существует магнитных зарядов. Число неизвестных в семи уравнениях — 16 (скаляр и 5 векторов). Максвелл ввел три характеристики среды (γ , $\epsilon\epsilon_0$, $\mu\mu_0$) и три уравнения, связывающие эти характеристики с векторами электромагнитного поля:

$$\vec{j}_{\text{np}} = \gamma \vec{E}; \quad \vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0} \vec{B}. \quad (9.13)$$

С учетом соотношений (9.13) полученная система уравнений является полной и позволяет описывать все электромагнитные процессы в вакууме и веществе, если справедливы материальные уравнения (9.13).

Добавив к системе уравнений выражение силы Лоренца, действующей на заряд e :

$$\vec{f} = e\vec{E} + e[\vec{v}\vec{B}], \quad (9.14)$$

мы охватываем и все силовые проявления поля (сила Ампера является частным случаем силы Лоренца).

Следует отметить, что уравнения Максвелла в дифференциальной форме недостаточны, если к ним не добавлены условия, накладываемые на поля на границе раздела двух сред; эти условия можно получить с помощью интегральных уравнений.

Из уравнений (9.9) и (9.10) вытекает важное следствие — закон сохранения электрического заряда, который ранее постулировался нами в качестве одного из основополагающих законов электродинамики.

Действительно, найдем div от (9.10):

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div} \vec{j}_{\text{np}} + \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{D}.$$

Но левая часть тождественно равна нулю. Поэтому, учитывая уравнение (9.9), находим:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{D} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = \operatorname{div} \vec{j}_{\text{np}}.$$

Интегрируя по некоторому объему V и применяя к левой части

теорему Стокса, получаем:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \int_V \operatorname{div} \vec{j}_{\text{пр}} dV = \int_S \vec{j}_{\text{пр}} \cdot d\vec{S}, \quad (9.15)$$

т. е. скорость изменения заряда в некотором объеме равна потоку вектора плотности тока проводимости $\vec{j}_{\text{пр}}$ через поверхность S , ограничивающую этот объем.

Если заряды не покидают объем (значит, правая часть обращается в нуль), получается:

$$\int_V \rho dV = \text{const}, \quad (9.16)$$

а это и есть закон сохранения заряда.

Теперь, после уяснения смысла уравнений Максвелла, можно снова вернуться к его гениальной гипотезе о токе смещения и рассмотреть этот вопрос более строго.

При переходе к переменным токам оказывается, что те уравнения, которыми мы раньше пользовались при описании постоянных токов, оказываются некорректными, а именно: в случае переменных полей оказываются несовместимыми закон Ампера

$$\int_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \gamma \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

и уравнение непрерывности

$$-\int_S \vec{j}_{\text{пр}} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV,$$

отражающее закон сохранения заряда.

Записав их в дифференциальной форме:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \gamma \vec{E} = \vec{j}_{\text{пр}} \text{ и } \operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

и подействовав на обе части первого из уравнений дивергенцией, видим, что закон Ампера приводит к требованию $\operatorname{div} \vec{j}_{\text{пр}} = 0$ (ведь $\operatorname{div} \operatorname{rot} \equiv 0$), которое справедливо лишь для стационарных полей.

Для того чтобы разрешить это противоречие, Максвелл и сделал смелое предположение о существовании тока смещения, дополняющего ток проводимости:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Этот ток, так же как и ток проводимости, создает вокруг себя вихревое магнитное поле, и теперь закон Ампера, обобщенный Максвеллом, запишется в виде уравнения (9.10):

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \gamma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Легко убедиться, взяв дивергенцию от обеих частей этого уравнения, что уравнение непрерывности теперь является его следствием.

9.3. РОЛЬ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА И ГРАНИЦЫ ИХ ПРИМЕНИМОСТИ

Уравнения Максвелла не вытекают из каких-либо более общих теоретических положений, а являются обобщением опыта. В этом смысле они аналогичны уравнениям Ньютона в механике. Более того, в электродинамике, как и в механике (см. § 2.8 «Механики»), существует неоднозначность в выборе основных законов, принимаемых в качестве аксиом (постулатов). Как правило, при построении теории за основные принимаются уравнения (9.4—9.8), а все остальные законы электродинамики, включая и законы сохранения заряда, получаются как их следствия. В то же время можно пользоваться и другой аксиоматикой: принимая за основу уравнения (9.5) и (9.7) и закон сохранения заряда (9.16), уже с их помощью получать другие соотношения. Эти подходы полностью равноценны, т. е. приводят к эквивалентным системам уравнений, множества решений которых совпадают.

Уравнения Максвелла лежат в основе всей электротехники и радиотехники с ее многочисленными разветвлениями (телевидение, радиолокация и пр.). В известной степени они являются фундаментальными уравнениями классической оптики; так, все законы распространения света (переменного электромагнитного поля) в вакууме и прозрачных средах и другие законы поведения света в поглощающих средах могут быть получены из уравнений Максвелла. Наряду с уравнениями Ньютона и законом всемирного тяготения они являются фундаментальными уравнениями классической физики. С важнейшими выводами из этих замечательных уравнений мы познакомимся в следующих главах.

Подчеркнем, что уравнения Максвелла не могут быть сведены к законам механики: многочисленные попытки такого рода не дали результатов. Отметим также, что эти уравнения сохраняют свой вид при преобразованиях Лоренца (но при преобразованиях Галилея изменяются).

Уравнения Максвелла связывают друг с другом пространственные и временные производные напряженностей электрического и магнитного полей. Это означает, что меняющийся во времени электромагнитный процесс, возникший в некоторый момент в данном месте, вызовет изменения в другом месте с некоторым запаздыванием, т. е. утверждается конечная скорость передачи электромагнитных взаимодействий.

Позже мы увидим, что эта скорость громадна: в вакууме она равна скорости света (свет есть электромагнитный процесс):

$$v=c=3 \cdot 10^8 \text{ м/с,}$$

в веществе она несколько меньше, но все же весьма велика. Это позволяет в ряде случаев пренебречь запаздыванием. Так, рассматривая зарядку конденсатора, мы, в сущности, не имеем права считать, что сила тока по всей цепи одинакова: она должна устанавливаться в разных участках цепи с некоторым запаздыванием.

Но так как линейные размеры цепи малы по сравнению с расстоянием, на которое передается электромагнитное взаимодействие за время зарядки, то запаздыванием здесь можно пренебречь и считать, что сила тока во всех точках цепи одинакова (как и в цепи постоянного тока). Цепи, позволяющие не учитывать запаздывание, называются *квазистационарными*.

Электрические цепи тока технической частоты (50 Гц) в пределах города и даже области квазистационарны. Но, например, линия электропередачи Сибирь — Центр протяжением в тысячи километров уже проявляет некоторую нестационарность.

Нестационарность электрической цепи впервые проявилась при создании телеграфной связи между Европой и Америкой (при помощи подводного кабеля, проложенного во второй трети XIX в.).

Исследовать квазистационарные цепи легче, чем «нестационарные», «волновые», где размеры цепи соизмеримы с расстоянием, на которое взаимодействие распространяется за период изменений электромагнитного процесса, где запаздывание играет существенную роль, и поэтому нельзя не считаться, например, с различием силы тока в разных сечениях цепи в данный момент времени.

Волновые свойства нестационарных цепей отчетливо проявляются в некоторых радиоцепях (антенны, волноводы), частично рассматриваемых в главе 12 и более подробно изучаемых в курсе радиотехники.

Как и всякая физическая теория, теория Максвелла имеет границы приложения.

Она применима:

а) для расстояний R между зарядами, превышающих внутриатомные расстояния. Грубо говоря, должно быть $R > 10^{-10}$ м;

б) для частот изменения поля, не превышающих 10^{13} ... 10^{14} Гц. Это ограничение связано с проявлением при высоких частотах квантовых свойств излучения. Но уже при значительно меньших частотах (около 10^{10} Гц) из-за инерционности молекулярных диполей и из-за существования собственных колебаний этих диполей явления поляризации усложняются, и для правильного их описания приходится считать электрическую восприимчивость зависящей от частоты электромагнитного поля, что значительно усложняет математическое описание электродинамических явлений в веществе. Замечательно, что это утверждение принадлежит самому Максвеллу;

в) для полей, в которых заряженные частицы приобретают (за время между столкновениями с другими заряженными или нейтральными частицами) лишь энергию, достаточно малую по сравнению со средней энергией беспорядочного движения частиц среды. Для большинства веществ это отвечает напряженности полей

$$E < 10^5 \text{ В/м.}$$

Но не все среды могут выдержать такие поля, не разрушаясь. При несоблюдении этого условия возникают нелинейные явления:

свойства среды и их характеристики (ϵ , μ , γ) начинают зависеть от напряженности поля, уравнения Максвелла становятся нелинейными.

Для электромагнитного поля, существующего в вакууме, все эти ограничения отпадают.

9.4. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ПОНЯТИЙ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Важное свойство уравнений Максвелла состоит в том, что они сохраняют свой вид при преобразованиях Лоренца (см. «Механику»), т. е. удовлетворяют постулату Эйнштейна, гласящему, что законы физики должны иметь одинаковую форму в различных «лоренцовых» инерциальных координатных системах. Благодаря этому обстоятельству еще до создания специальной теории относительности (СТО) с помощью классического рассмотрения электродинамических задач был получен ряд релятивистских результатов.

Однако сохранение вида уравнений не означает еще сохранения составляющих электромагнитного поля (\vec{E} , \vec{B} , \vec{D} , \vec{H}). Следовательно, в соответствии с закономерностями СТО изменяются и силы, испытываемые зарядами.

Рассмотрим некоторые стороны этого сложного вопроса, более глубоко изучаемого в теоретической физике. Прежде всего отметим, что изучавшиеся в механике силы зависят от координат взаимодействующих тел, от их относительных скоростей или от времени. Силы, действующие между электрическими неподвижными зарядами, также зависят от координат. Но магнитные силы, например взаимодействие двух параллельных токов, созданных зарядами, движущимися с равными скоростями в одну сторону (т. е. находящимися в относительном покое), не укладываются в число таких сил.

При переходе от неподвижной системы отсчета к движущейся могут меняться составляющие электрического и магнитного полей (\vec{E} , \vec{B} , \vec{D} , \vec{H}), а также силы, действующие на заряды и токи. Начнем рассмотрение этого сложного вопроса с изучения поведения электрического поля. Вообразим неподвижный плоский конденсатор, квадратные плоские пластины которого расположены в плоскостях, параллельных плоскости xOy , а ребра пластин параллельны осям координат. Пусть пластины заряжены разноименными зарядами, причем поверхностная плотность зарядов есть $\pm\sigma_0$. Тогда между ними существует электростатическое поле с напряженностью

$$E_z = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}.$$

Перейдем к инерциальной системе, движущейся вдоль оси абсцисс со скоростью \vec{v} . Относительно этой системы пластины движутся со скоростью $-\vec{v}$ и испытывают лоренцово сокращение в направ-

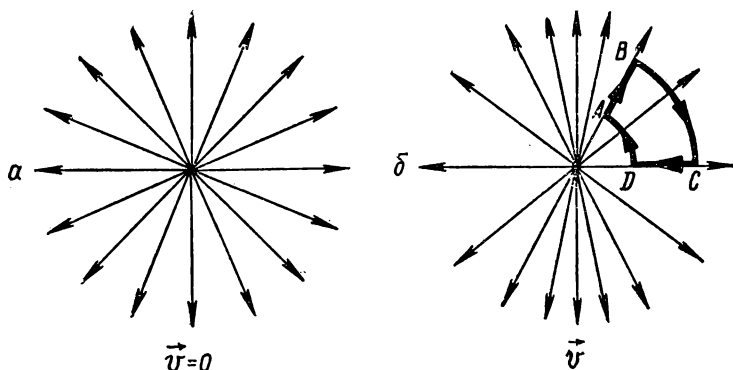


Рис. 9.5

лении оси x . Но полный заряд пластин не меняется. Поэтому возрастает поверхностная плотность заряда, а с ней и напряженность поля, перпендикулярная направлению движения:

$$E'_\perp = \frac{E_\perp}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad E_\perp = E_z; \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (9.17)$$

Если бы система координат перемещалась вдоль оси z , то размеры пластин (и, следовательно, плотность заряда σ_0) в новой системе отсчета не изменились бы. Сократилось бы лишь расстояние между ними. Но так как поле однородно и от этого расстояния не зависит, то никаких изменений поля не происходило бы: напряженность поля, параллельная направлению движения, не изменяется:

$$\vec{E}'_\parallel = E_\parallel. \quad (9.18)$$

Полученные результаты позволяют составить представление о поле точечного заряда, движущегося с некоторой скоростью.

В системе отсчета, связанной с зарядом, поле чисто электростатическое, оно обладает шаровой симметрией (рис. 9.5, а). В инерциальной системе, движущейся со скоростью \vec{v} , продольная составляющая поля \vec{E}_\parallel остается прежней, а поперечная увеличивается, так что шаровая симметрия поля исчезает. Картина поля при $\beta > 0$ ($v = 0,8c$) показана на рисунке 9.5, б; это поле перемещается вместе с зарядом. Существенно, что поле это не потенциально. Действительно, рассчитаем циркуляцию напряженности по пути $ABCD$ (см. рис. 9.5, б), состоящем из двух дуг окружностей с центром в точке нахождения заряда и двух отрезков радиусов. На отрезках дуг линейные суммы равны нулю; на отрезке AB поле сильнее, чем на отрезке CD , а длины этих отрезков одинаковы. Поэтому циркуляция оказывается отличной от нуля.

Индукцию магнитного поля равномерно движущегося заряда легко найти из закона Био—Савара, заметив, что элементу тока

соответствует произведение заряда на скорость его движения:

$$Id\vec{l} \sim e\vec{v}.$$

Поэтому индукция магнитного поля движущегося заряда (в вакууме) определяется выражением

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{e [\vec{v}\vec{R}]}{4\pi R^3}. \quad (9.19)$$

При больших скоростях \vec{v} вводится релятивистская поправка и

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{e [\vec{v}\vec{R}]}{4\pi R^3} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Это поле обладает круговой симметрией относительно направления скорости \vec{v} и движется вместе с зарядом (рис. 9.6).

При равномерном прямолинейном движении заряда (в инерциальной системе I) связанные с ним электрическое и магнитное поля перемещаются вместе с зарядом, не меняя своей конфигурации. Так как при этом не существует переменного во времени поля, то не возникает излучения электромагнитных волн (см. гл. 12). Чтобы доказать это, перейдем в систему отсчета, движущуюся вместе с зарядом (система II). В такой системе существует только электростатическое поле этого заряда и, очевидно, излучение отсутствует.

Но равноправность всех инерциальных систем (а обе наши системы инерциальны) требует отсутствия излучения и в первой системе, что мы и видели выше.

Если же заряды движутся ускоренно (например, электроны в антенне радиостанции), то излучаются электромагнитные волны (см. гл. 12).

Рассмотрим два равных заряда Q , движущихся со скоростью \vec{v} параллельно, на расстоянии R друг от друга. Сравним силу электрического взаимодействия этих зарядов (в нерелятивистском приближении)

$$F_e = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

с силой их магнитного взаимодействия

$$F_m = Qv\mu_0 \frac{Qv}{4\pi R^2}.$$

Получим:

$$\frac{F_m}{F_e} = v^2 \epsilon_0 \mu_0 = \beta^2, \quad (9.20)$$

так как

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^{16}} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-2} = \frac{1}{c^2}.$$

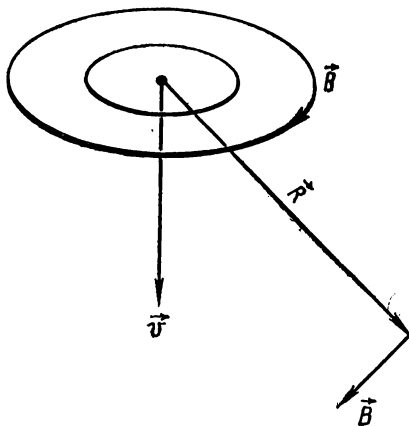


Рис. 9.6

В релятивистском случае получается тот же результат.

Таким образом, магнитные силы, действующие между двумя зарядами, относительно слабы. Но при взаимодействии токов электрические силы, действующие между одноименными движущимися зарядами, создающими ток, обычно скомпенсированы неподвижными зарядами решетки в металле (или движущимися зарядами противоположного знака в жидкости, которая в целом нейтральна). Поэтому в макроскопических системах магнитное взаимодействие часто проявляется достаточно отчетливо.

Однако поверхность провода с током всегда несет некоторый нескомпенсированный заряд (см. § 2.4). Этот заряд пропорционален разности потенциалов U , приложенной к линии, соединяющей источник ЭДС с нагрузкой, обладающей сопротивлением R_n . Сила взаимодействия зарядов, находящихся на обоих проводах, пропорциональна U^2 . С другой стороны сила взаимодействия токов, текущих в линии, пропорциональна I^2 . Зависимость же обоих взаимодействий от расстояния между проводами одинакова. Поэтому отношение электрических сил к магнитным пропорционально квадрату полного сопротивления R , равного сумме сопротивлений нагрузки и самой линии.

При разумных предположениях о свойствах линии оказывается, что

$$\frac{F_e}{F_m} \approx 10^{-5} R^2,$$

так что при больших R (например, в высоковольтных линиях) это отношение может превышать единицу, что доказывается следующим простым опытом: линию, выполненную из двух тонких медных параллельных проволок, расположенных на расстоянии нескольких миллиметров друг от друга, нужно замкнуть на сопротивление $R=5 \cdot 10^6$ МОм и подать на нее напряжение порядка нескольких киловольт, при этом обнаружится притяжение проволок, хотя они обтекаются антипараллельными токами.

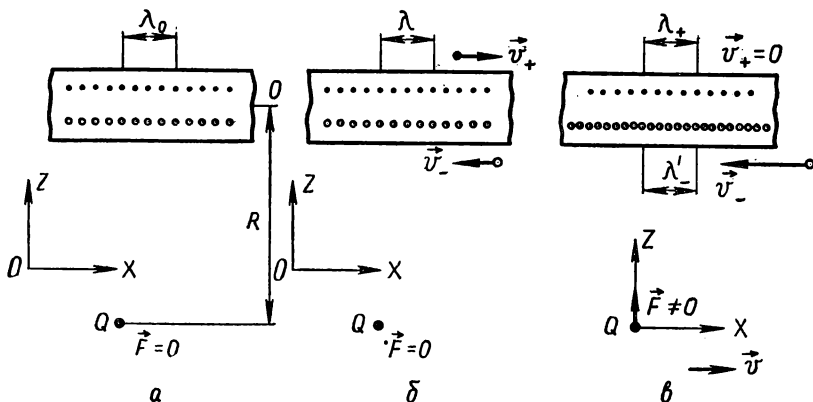


Рис. 9,7

Перейдем к толкованию магнитной силы с точки зрения СТО. Пусть имеется тонкий бесконечно длинный провод, в котором находятся заряды обоих знаков, распределенные с одинаковой объемной плотностью, так что в целом провод не заряжен и не создает никакого поля (ни электрического, ни магнитного) в той системе отсчета, где он покоится. Линейная плотность заряда равна при этом $\pm\lambda_0$ (рис. 9.7, а).

Допустим, что заряды начали двигаться в противоположные стороны с равными по модулю скоростями \vec{v} (рис. 9.7, б). Каждая из цепочек разноименных зарядов испытает лоренцово сокращение, линейная плотность зарядов возрастет. Но так как это явление одинаково для обеих заряженных цепочек, то никакого действия на внешний заряд Q , помещенный на расстоянии R от провода, ток, текущий по проводу, не окажет.

Если же внешний заряд Q придет в движение параллельно проводу со скоростью \vec{v} , то должна возникнуть магнитная сила, направленная к проводу, т. е. антипараллельная \vec{R} . Объясним это.

Перейдем к системе отсчета, связанной с зарядом Q . В этой системе и сам заряд, и цепочка положительных зарядов находятся в покое, поэтому $\lambda_+ = \lambda_0$. Но цепочка отрицательных зарядов движется (рис. 9.7, в) со скоростью

$$v_- = \frac{-2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}} \approx -2v,$$

испытывая продольное сокращение, вследствие чего линейная плотность достигает значения, равного

$$\lambda'_- = \frac{-\lambda_0}{\sqrt{1-4\beta^2}}.$$

Таким образом, в этой системе отсчета провод оказывается отрицательно заряженным. Избыточная линейная плотность равна

$$\lambda = \lambda_0 - \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-4\beta^2}} \approx -\lambda_0 \cdot 2\beta^2.$$

Следовательно, возникает поперечная (вдоль \vec{R}) электрическая сила, равная

$$\vec{F} = Q\vec{E},$$

где \vec{E} — напряженность, создаваемая заряженной нитью. Модуль этой силы равен

$$|\vec{F}| = Q \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} = Q \frac{4\lambda_0\beta^2}{4\pi\epsilon_0 R} = Qv \frac{1}{c^2\epsilon_0} 2\lambda_0 v \frac{1}{2\pi R} = Qv\mu_0 \frac{I}{2\pi R} \quad (9.21)$$

(так как $2\lambda_0 v = I$; I — ток, текущий в проводнике). Два последних сомножителя определяют индукцию магнитного поля, созданного этим током, а выражение (9.21) оказывается совпадающим с выраже-

нием магнитной силы Лоренца:

$$F = QvB.$$

Итак, за счет лоренцова сокращения появляется заряд на проводнике с током и электрическая поперечная сила, равная магнитной.

Возвращаясь снова в систему отсчета, связанную с проводом, мы найдем силу, действующую в этой системе на движущийся заряд Q и отличающуюся от силы, определяемой по (9.21), в $\sqrt{1-\beta^2}$ раз. Но знак силы, конечно, остается неизменным. При малых β оба значения силы одинаковы и равны тому значению, которое было найдено в главе 4 без учета релятивистских эффектов.

Таким образом, в определенных условиях можно магнитные силы свести к электрическим, возникающим благодаря лоренцову сокращению проводов и деформации электрического поля, получающейся при лоренцовых преобразованиях.

Строгое рассмотрение вопроса о преобразовании полей при переходе от одной инерциальной системы к другой, движущейся в направлении оси x со скоростью \vec{v} , позволяет получить следующие соотношения, где нештрихованные значения соответствуют неподвижной системе отсчета, штрихованные — движущейся:

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x; & E_y &= \frac{E'_y + \beta H'_z}{\sqrt{1-\beta^2}}; & E_z &= \frac{E'_z - \beta H'_y}{\sqrt{1-\beta^2}}; \\ H_x &= H'_x; & H_y &= \frac{H'_y - \beta E'_z}{\sqrt{1-\beta^2}}; & H_z &= \frac{H'_z + \beta E'_y}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}$$

При малых скоростях ($\beta^2 \ll 1$) эти преобразования упрощаются и переходят в классические преобразования:

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x; & E_y &= E'_y + \beta H'_z; & E_z &= E'_z - \beta H'_y; \\ H_x &= H'_x; & H_y &= H'_y - \beta E'_z; & H_z &= H'_z + \beta E'_y. \end{aligned}$$

Относительность понятий об электрическом и магнитном полях, с помощью которых мы описываем реальное электромагнитное поле, и установление связи и сходства между ними не исключает и их принципиального различия. Формально различие между электрическим и магнитным полями следует из несимметричности уравнений Максвелла относительно \vec{E} и \vec{H} : уравнения (9.10) и (9.11) отличаются знаком перед производной по времени.

В отличие от вихрей электрического поля, зависящих только от скорости изменения магнитного поля, вихри магнитного поля зависят не только от скорости изменения электрического поля, но и от токов проводимости, т. е. от существования и движения свободных электрических зарядов. Дивергенция электрического смещения определяется присутствием свободных электрических зарядов. Между тем ни «магнитные токи», ни неподвижные «магнитные заряды» до настоящего времени не обнаружены.

Таблица 2

Поля Характеристики	Поле неподвижных электрических зарядов (электростатическое)	Поле постоянных токов (электрическое и магнитное)	Поле электромагнитное, переменное	Поведение на границе раздела двух сред	
				нормальной составляющей	касательной составляющей
Напряженность электрическая \vec{E}	Создано свободными и связанными зарядами; потенциалное	Создано свободными и связанными зарядами; потенциалное Создано сторонними ЭДС	Создано изменениями магнитной индукции; вихревое	Разрывна	Непрерывна
Смещение \vec{D}	Создано свободными зарядами	Создано свободными зарядами	То же	Непрерывна	Разрывна
Напряженность магнитная \vec{H}	—	Создано макротоками	Создано изменениями смещения; вихревое	Разрывна	Непрерывна
Индукция магнитная \vec{B}	—	Создано макро- и микротоками; вихревое	То же	Непрерывна	Разрывна

Следствием этого различия является и тот факт, что электростатическое поле в одной системе отсчета нельзя преобразовать в чисто магнитостатическое поле в другой системе.

Итак, разделение электромагнитного поля на электрическое и магнитное не имеет абсолютного характера. Например, в системе отсчета, где заряды покоятся, они создают только электрическое поле. При переходе к движущейся системе окажется, что заряды движутся; поэтому в ней получится как электрическое, так и магнитное поле.

Меняя скорость системы отсчета, мы будем получать разные значения напряженности магнитного и электрического полей; иногда даже можно добиться исчезновения магнитного поля. Однако невозможно найти такую систему отсчета, где одновременно исчезли бы оба поля,— реальное электромагнитное поле, конечно, существует независимо от выбора системы отсчета.

Свойства характеристик различных (постоянных и переменных) полей, следующие из теории Максвелла, обобщены в таблице 2¹.

¹ Особенности полей в анизотропных телах и в постоянных магнитах в таблице не учтены.

Глава 10 КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ (ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА)

10.1. СОПРОТИВЛЕНИЕ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Среди квазистационарных электродинамических систем (где можно не считаться со временем распространения электромагнитного поля) особо важную практическую роль играют цепи переменного тока. По определению, *переменным током* называется ток, гармонически меняющийся с течением времени:

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (10.1)$$

Здесь I_m — амплитудное значение силы тока, i — ее мгновенное значение, φ_0 — начальная фаза, ω — круговая частота, связанная с частотой f и периодом T известными соотношениями:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

В энергетических промышленных системах обычно применяется ток частотой $f=50$ Гц.

Для получения переменного тока, конечно, необходимы источники гармонической электродвижущей силы. Как указывалось в главе 7, она может создаваться в электрической машине (генераторе), где катушка вращается в сильном магнитном поле; в действительности по ряду технических соображений удобнее делать катушки, где наводится ЭДС индукции, неподвижными, а около них вращать сильный электромагнит.

Цепи переменного тока, помимо резисторов, нагреваемых током, могут содержать катушки с заметной индуктивностью, а также конденсаторы. Поэтому процессы в цепи переменного тока сложнее, чем в цепи постоянного тока. Практика выработала для описания этих процессов язык, похожий на применяемый при описании цепи постоянного тока. На этом языке мы и будем вести изложение.

Рассмотрим сначала цепь постоянного тока, в которой имеется только резистор сопротивлением R . Для поддержания в нем силы тока I нужно приложить к нему разность потенциалов U , причем выполняется закон Ома:

$$U = IR,$$

а также закон Джоуля — Ленца, определяющий выделяемую мощность

$$P = I^2 R,$$

целиком расходуемую на нагревание резистора.

Если цепь переменного тока содержит только резистор сопротивлением R , то закон Ома также имеет место при

$$i = I_m \cos \omega t \quad u = iR,$$

так что

$$u = U_m \cos \omega t; \quad U_m = I_m R.$$

Справедлив и закон Джоуля — Ленца: мгновенная мощность

$$p_t = i^2 R.$$

Для практики представляет интерес не мгновенное значение мощности, а ее среднее значение за период изменения тока:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt = \frac{1}{2} I_m^2 R. \quad (10.2)$$

Величину

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (10.3)$$

называют *действующим (эффективным) значением силы переменного тока* (также определяется и действующее значение напряжения). Действующее значение силы переменного тока равно силе постоянного тока, который в данной цепи создает тепловой эффект, равный эффекту, создаваемому переменным током. Подавляющее большинство электроизмерительных приборов градуируется именно в действующих значениях.

Благодаря поверхностному эффекту (см. гл. 7) сопротивление провода переменному току может оказаться больше, чем постоянному. Поэтому следует различать омическое сопротивление

$$R_0 = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление, l — длина, S — площадь поперечного сечения провода, и его активное сопротивление $R \geq R_0$. При токах технической частоты (50 Гц) различие между R и R_0 очень мало.

Если в цепи поглощается мощность P (при перематывании магнитопроводов или в несовершенном диэлектрике конденсатора), то для характеристики этой мощности также пользуются понятием активного сопротивления (сопротивление потерь), определяемого уравнением

$$R_n = \frac{P}{I^2}.$$

Оно прибавляется к активному сопротивлению, о котором говорилось выше.

10.2. ИНДУКТИВНОСТЬ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Если в цепи имеется катушка с заметной индуктивностью L и некоторым сопротивлением R , то в цепи постоянного тока индуктивность сказывается только при замыкании и размыкании цепи, а установившийся ток определяется лишь сопротивлением R .

В цепи переменного тока изменения силы тока происходят непрерывно и влияние индуктивности проявляется все время. Мы изучим здесь (как и дальше в этой главе) лишь установившийся процесс. Итак, пусть в цепи (рис. 10.1) сила тока изменяется по закону

$$i = I_m \cos \omega t.$$

Найдем необходимую для поддержания тока разность потенциалов u . По правилу Кирхгофа приложенное напряжение должно обеспечить ток в сопротивлении:

$$u_R = iR$$

и преодолеть ЭДС самоиндукции:

$$u_L = -e = L \frac{di}{dt}.$$

Поэтому полное напряжение на концах цепи будет равно

$$u = iR + L \frac{di}{dt} = I_m R \cos \omega t + I_m \omega L \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_m \cos (\omega t + \varphi), \quad (10.4)$$

где амплитуда U_m и начальная фаза φ еще не известны. Для их нахождения удобно воспользоваться методом векторных диаграмм (см. § 1.7 «Механики»).

В рассматриваемом случае следует прежде всего построить в произвольном направлении вектор, соответствующий общей для всей цепи силе тока I ; так как действующие значения пропорциональны амплитудным, то безразлично, какими из них пользоваться. Падение напряжения на активном сопротивлении R изобразится параллельным

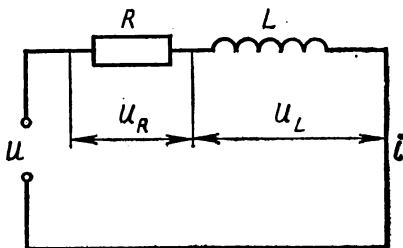


Рис. 10.1

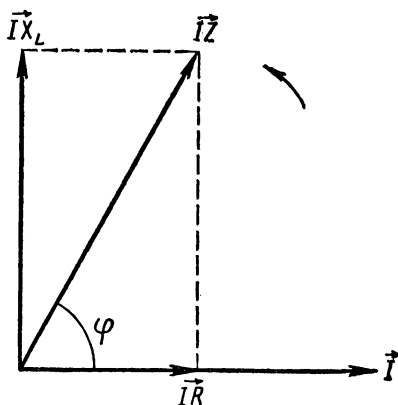


Рис. 10.2

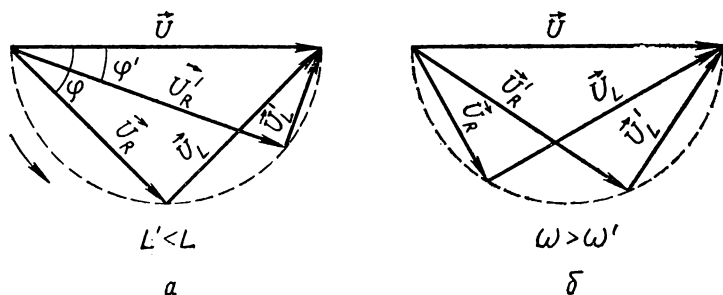


Рис. 10.3

вектором (рис. 10.2):

$$U_R = IR.$$

Вектор, соответствующий напряжению на индуктивности

$$U_L = I\omega L = IX_L, \quad (10.5)$$

опережает вектор силы тока на 90° . Построив сумму этих векторов, находим вектор, соответствующий полному напряжению

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = I \sqrt{R^2 + X_L^2} = IZ, \quad (10.6)$$

и фазовый сдвиг между u и i :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}. \quad (10.7)$$

На векторе, определяющем заданное напряжение, можно построить полуокружность (рис. 10.3). Вершина векторного треугольника будет всегда лежать на этой полуокружности. При заданной частоте и изменении L треугольник будет изменяться, как показано на рисунке 10.3, а. При заданных R , L и меняющейся частоте треугольник меняется, как показано на рисунке 10.3, б.

Таким образом, индуктивность сказывается тем сильнее, чем больше частота.

Средняя мощность, как и в цепи, лишенной индуктивности, поглощается только активным сопротивлением и составляет

$$P = I^2 R = IU \frac{R}{Z} = IU \cos \varphi. \quad (10.8)$$

Но, кроме того, в катушке появляется магнитная энергия; ее мгновенное значение, равное

$$w = \frac{1}{2} Li^2,$$

периодически меняется от нуля до наибольшего значения, равного

$$W = \frac{1}{2} LI_m^2.$$

Эта энергия то потребляется от источника, то возвращается ему. Действительно, мгновенная мощность может быть представлена так:

$$p_t = I_m U_m \cos \omega t \cos (\omega t + \varphi) = I_m U_m \cos \varphi \cos^2 \omega t - \\ - \frac{1}{2} I_m U_m \sin \varphi \sin 2\omega t = I_m^2 R \cos^2 \omega t - \frac{1}{2} I_m^2 \omega L \sin 2\omega t.$$

Первое слагаемое все время положительно; оно определяет мощность, поглощаемую по закону Джоуля — Ленца; второе же, определяющее магнитную энергию в цепи, периодически меняет знак с частотой, вдвое превышающей частоту питающего напряжения («+» соответствует поступлению энергии в цепь, «—» — возврату ее источнику).

Величину

$$X_L = \omega L, \quad (10.9)$$

характеризующую влияние индуктивности и имеющую размерность сопротивления, называют *реактивным сопротивлением*; этим термином подчеркивается, что в катушке энергия не поглощается.

Так как на рисунке 10.2 длины всех векторов пропорциональны силе тока, то, разделив на ее значение, можно получить «треугольник сопротивлений», — этим часто пользуются в технике.

Величину

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (10.10)$$

называют *полным сопротивлением* цепи или *импедансом*.

В заключение отметим, что «идеальная» индуктивность, лишенная сопротивления R , создала бы в цепи фазовый сдвиг 90° и совершенно не поглощала бы мощности.

Цепь переменного тока может быть изучена и при помощи метода комплексных амплитуд (см. § 1.8 и 7.6 «Механики»).

Будем рассматривать ток и напряжение как действительные части соответствующих показательных функций:

$$i = I_m \cos \omega t = \operatorname{Re} [\dot{I} \exp (j\omega t)]; \\ u = U_m \cos (\omega t + \varphi) = \operatorname{Re} [\dot{U} \exp (j\omega t)].$$

Здесь комплексные амплитуды равны соответственно:

$$\dot{I} = I_m; \quad \dot{U} = U_m \exp (j\varphi).$$

Так как

$$\frac{di}{dt} = j\omega I_m \exp (j\omega t),$$

то уравнение (10.4) примет вид

$$I_m R + j I_m \omega L = I_m R + j I_m X_L = U_m \exp (j\varphi), \quad (10.11)$$

где

$$R + jX_L = Z \exp (j\varphi) = \sqrt{R^2 + X_L^2} \exp (j\varphi); \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R}.$$

Из (10.11) видно, что искомые величины U_m и φ равны соответственно:

$$U_m = I_m Z = I_m \sqrt{R^2 + X_L^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R},$$

что, конечно, совпадает с выражениями (10.6) и (10.7).

Заметим, что среднюю мощность

$$P = I^2 R = IU \cos \varphi$$

можно получить, вычислив произведение

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (U^* I), \quad (10.12)$$

где U^* — сопряженное значение напряжения. Этим способом можно пользоваться и в тех случаях, когда параметры цепи (R , L) не даны.

10.3. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Если цепь содержит последовательно включенные резистор и конденсатор (рис. 10.4), то постоянный ток в ней течь не может. Но при переменной разности потенциалов конденсатор периодически перезаряжается, ток проводимости в резисторе дополняется током смещения в конденсаторе; возникает переменный ток.

При этом приложенная разность потенциалов

$$u = U_m \cos (\omega t + \varphi)$$

должна обеспечить поддержание тока в резисторе:

$$u_R = iR$$

и разности потенциалов на конденсаторе (емкостью C):

$$u_C = \frac{q}{C} = \int \frac{idt}{C},$$

где q — мгновенный заряд конденсатора.

Поэтому должно удовлетворяться уравнение

$$iR + \frac{1}{C} \int idt = u. \quad (10.13)$$

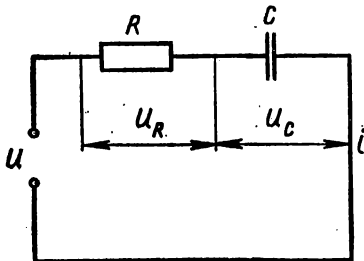


Рис. 10.4

Применяя комплексный метод и помня, что

$$\int \exp(j\omega t) dt = \frac{1}{j\omega} \exp(j\omega t) = -\frac{j}{\omega} \exp(j\omega t),$$

получаем из последнего уравнения:

$$IR - j \frac{1}{\omega C} I = \mathcal{U}.$$

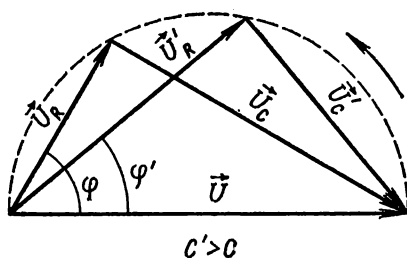


Рис. 10.5

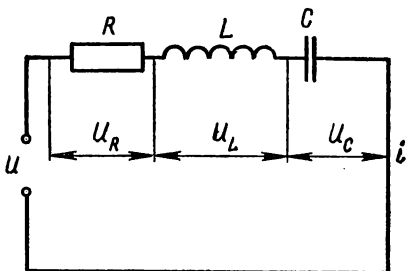


Рис. 10.6

Откуда находим окончательно:

$$\dot{U} = IZ \exp(j\varphi),$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2}, \quad (10.14)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{X_C}{R} = -\frac{1}{\omega RC}. \quad (10.15)$$

Знак «—» указывает на запаздывание напряжения на конденсаторе относительно силы тока. Таким образом, и в этой цепи имеется как активное сопротивление R , так и реактивное

$$X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (10.16)$$

Конденсатор то накапливает энергию, то отдает ее обратно в цепь. Векторная диаграмма для этого случая показана на рисунке 10.5. Если бы сопротивление R отсутствовало, то фазовый сдвиг φ обратился бы в $-\frac{\pi}{2}$; поглощения энергии при этом не происходило бы.

10.4. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

В общем случае (рис. 10.6) цепь содержит последовательно соединенные резистор, катушку и конденсатор. Тогда правило Кирхгофа принимает вид:

$$iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u = U_m \cos(\omega t + \varphi). \quad (10.17)$$

Применив комплексный метод, получим:

$$iR + j\omega L i - j \frac{1}{\omega C} i = \dot{U} = U \exp(j\varphi).$$

Отсюда, используя результаты предыдущих параграфов, находим:

$$U_m = I_m Z = I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad (10.18)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}; \quad X = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

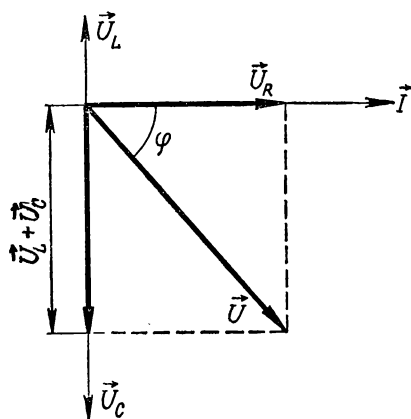


Рис. 10.7

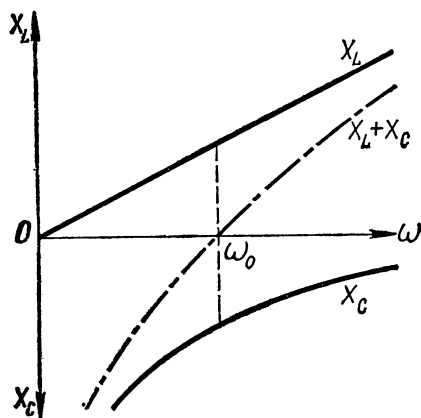


Рис. 10.8

вию последовательного резонанса (резонанса напряжений):

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0;$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (10.19)$$

При этом падения напряжения на катушке и конденсаторе, всегда противоположные по фазе, оказываются равными друг другу:

$$U_L = I \omega_0 L = I \frac{1}{\omega_0 C} = U_C.$$

Поэтому их мгновенная сумма равна нулю и все внешнее напряжение ложится на активное сопротивление, обеспечивая наибольшую

Векторная диаграмма для этой цепи представлена на рисунке 10.7; из нее легко получить результаты, отраженные в выражениях (10.18).

Полное сопротивление цепи, как и в предыдущих случаях, зависит от частоты. На рисунке 10.8 показаны частотные зависимости X_L , X_C и их суммы. Из этих графиков видно, что последовательная цепь при $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ведет себя так, как будто бы ее реактивное сопротивление чисто индуктивное, причем эквивалентная индуктивность меньше действительной:

$$\omega L_{\text{эkv}} = \omega L - \frac{1}{\omega C}; \quad L_{\text{эkv}} < L.$$

При $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ цепь имеет чисто емкостную реактивную нагрузку; при этом для эквивалентной емкости получается:

$$\frac{1}{\omega C_{\text{эkv}}} = \frac{1}{\omega C} - \omega L; \quad C_{\text{эkv}} > C.$$

Особенно интересен случай, когда реактивная нагрузка цепи исчезает. Это имеет место при частоте ω_0 , удовлетворяющей усло-

силу тока в цепи; фазовый сдвиг исчезает:

$$Z_p = R; \quad I_p = \frac{U}{R}; \quad \varphi_p = 0. \quad (10.20)$$

Резонансные значения U_L и U_C могут значительно превышать приложенное напряжение U . Действительно:

$$U_L = I_p \omega_0 L = I_p R \frac{\omega_0 L}{R} = UQ,$$

где Q — добротность цепи (см. «Механику», § 7.4), часто превышающая единицу.

Наконец, максимальная энергия конденсатора оказывается равной максимальной энергии катушки:

$$\frac{1}{2} C U_{mC}^2 = \frac{1}{2} C \frac{I_{pm}^2}{\omega_0^2 C^2} = \frac{1}{2} L I_{pm}^2. \quad (10.21)$$

Во времени эти максимумы сдвинуты на четверть периода питающего напряжения. Таким образом, происходит периодический обмен энергиями катушки и конденсатора, причем частота этого обмена равна удвоенной частоте изменений напряжения.

Разумеется, состояния резонанса можно достичь, не только изменяя частоту питающего напряжения, но и подбирая соответственно емкость или индуктивность.

Уравнение (10.17) аналогично уравнению вынужденных колебаний (см. § 7.5 «Механики»). Поэтому ясно, что рассматриваемая цепь является колебательной системой, совершающей вынужденные колебания под действием внешнего гармонического напряжения. Если фаза напряжения совпадает с фазой силы тока, то возникает *резонанс*. Нужно ожидать, что в такой цепи возможны и собственные колебания; в справедливости этого предположения мы убедимся в главе 11.

В более сложных цепях возможно включение нескольких сопротивлений, емкостей и индуктивностей. Когда они соединены последовательно, то их можно охарактеризовать эквивалентными величинами:

$$R_{\text{экв}} = \Sigma R_i; \quad \frac{1}{C_{\text{экв}}} = \Sigma \frac{1}{C_i}; \quad L_{\text{экв}} = \Sigma L_i$$

(правда, для индуктивностей это верно, лишь когда их магнитные поля не перекрываются, т. е. отсутствует взаимная индукция).

Если в контуре имеются параллельно включенные сопротивления одного типа, то они тоже могут быть заменены эквивалентными величинами:

$$\frac{1}{R_{\text{экв}}} = \Sigma \frac{1}{R_i}; \quad C_{\text{экв}} = \Sigma C_i; \quad \frac{1}{L_{\text{экв}}} = \Sigma \frac{1}{L_i}$$

(последнее верно, если магнитные поля катушек не перекрываются).

При параллельном включении разнородных элементов расчет

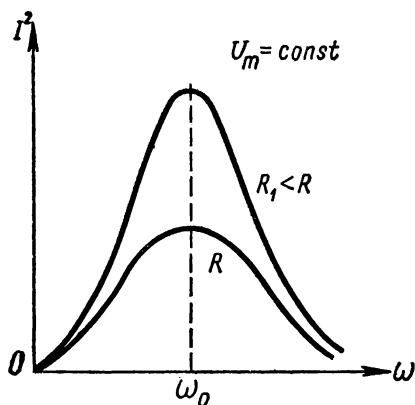


Рис. 10.9

существенно усложняется, в чем мы убедимся уже в следующем параграфе.

На рисунке 10.9 показаны амплитудно-частотные характеристики последовательной цепи, выражающие зависимость квадрата силы тока от частоты питающего напряжения (при постоянстве амплитуды напряжения и параметров контура); эти характеристики часто называют «резонансными кривыми» — на рисунке они приведены для двух различных значений активного сопротивления. Чем сопротив-

ление больше, тем кривая ниже и относительно шире.

В «Механике» (см. § 7.4 и 7.5) резонансная кривая была изучена подробно. Там же было установлено, что при ее помощи можно графическим методом определить добротность контура.

По аналогии с механическими колебаниями мы можем написать выражения для добротности:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R}, \quad (10.22)$$

где $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ — волновое сопротивление контура, $\alpha = \frac{R}{2L}$ — коэффициент затухания собственных колебаний.

10.3. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Теперь рассмотрим важный для практики случай параллельной цепи (рис. 10.10). Здесь обе ветви находятся под одинаковым напряжением. Сопротивление ветви с конденсатором равно

$$\dot{Z}_C = -jX_C.$$

Сопротивление ветви с индуктивностью равно

$$\dot{Z}_L = R + jX_L.$$

Общее сопротивление параллельно включенных ветвей составляет

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_L \dot{Z}_C}{\dot{Z}_L + \dot{Z}_C} = \frac{(R + jX_L)(-jX_C)}{R + jX_L - jX_C} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad (10.23)$$

и определяет отношение напряжения к полной силе тока. Решать это уравнение в общем виде мы не будем; ограничимся лишь наиболее интересным частным случаем. Предположим, что сопротивление

R не велико, так что в широком диапазоне частот выполняется неравенство

$$R < X_L,$$

причем этот диапазон содержит и частоту ω_0 , определяемую по формуле (10.19). Тогда выражение (10.23) принимает более простой вид:

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{X_L X_C}{R + j(X_L - X_C)} = \\ &= \frac{L}{C} \frac{1}{R + j(X_L - X_C)}. \end{aligned}$$

При выполнении условия резонанса:

$$X_L = X_C; \quad \omega = \omega_0$$

контур представляет чисто активное сопротивление

$$Z_p = \frac{L}{CR} = \frac{\rho^2}{R}, \quad (10.24)$$

которое является наибольшим, так что сила тока I_p оказывается наименьшей; фазовый сдвиг при этом исчезает. Этот случай называют *параллельным резонансом* или «резонансом токов», так как силы токов в ветвях (почти противоположные по фазе) очень мало отличаются по модулю. Поэтому, как и в случае последовательного резонанса, здесь происходит обмен энергиями между катушкой и конденсатором, а источник лишь компенсирует потери в активном сопротивлении. При этом силы токов I_L и I_C могут значительно превосходить силу тока I .

В противоположность последовательному контуру параллельный контур ведет себя как контур с емкостной нагрузкой при $\omega > \omega_0$ и с индуктивной — при $\omega < \omega_0$. Его резонансные кривые показаны на рисунке 10.11 (для разных R).

Для лучшего уяснения особенностей параллельного резонанса построим несколько векторных диаграмм (рис. 10.12), выбрав произвольное направление вектора напряжения U за исходное.

При низких частотах ($\omega L < < \frac{1}{\omega C}$) сила тока в индуктив-

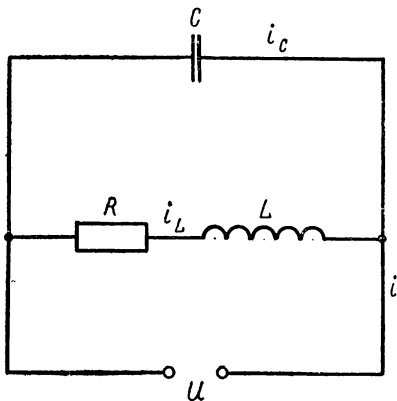


Рис. 10.10

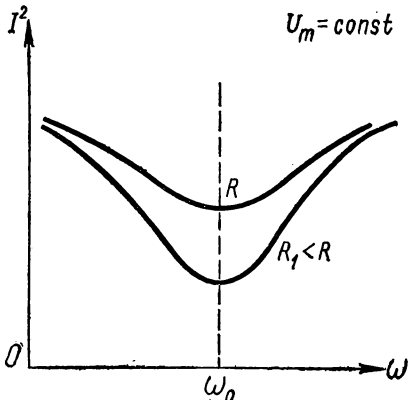


Рис. 10.11

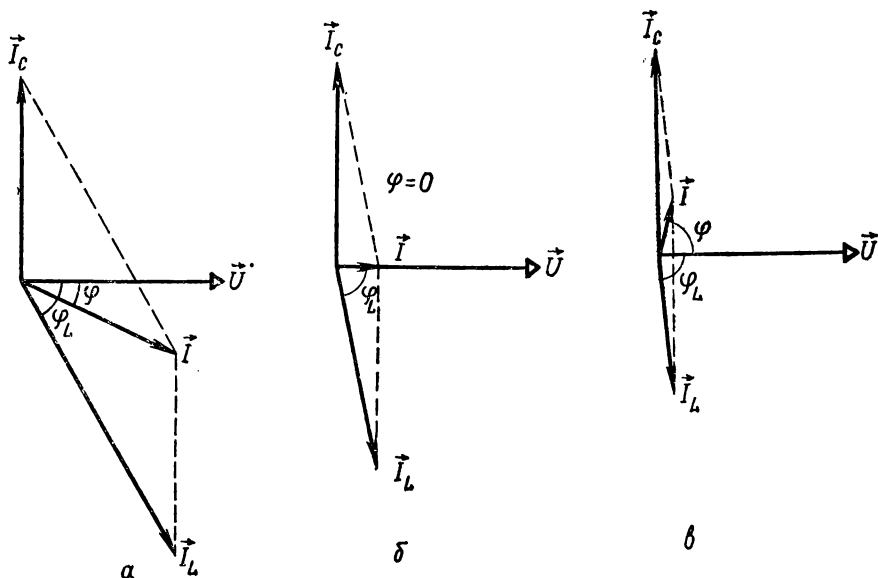


Рис. 10.12

ности превышает силу тока в емкости, полный ток отстает по фазе от напряжения и полное сопротивление цепи является индуктивным (см. рис. 10.12, а).

При неизменной частоте будем увеличивать индуктивность. Сила тока в ней будет уменьшаться, фазовый сдвиг φ_L между током и напряжением увеличится. В конце концов можно будет достичь режима, поясняемого рисунком 10.12, б. Сила полного тока уменьшится, фазовый угол φ обратится в нуль — наступит параллельный резонанс.

Дальнейшее увеличение индуктивности вызовет уменьшение I_L и возрастание полного тока I ; последний будет опережать по фазе напряжение U (см. рис. 10.12, в). Заметим, что сила тока в емкости во всех случаях одна и та же.

Из векторной диаграммы для случая резонанса ($\varphi=0$) находим:

$$\operatorname{tg} \varphi_L = \frac{I_C}{I} = \omega_0 C Z_p.$$

Но φ_L есть также угол фазового сдвига между током в цепи катушки и напряжением на ней, так что

$$\operatorname{tg} \varphi_L = \frac{\omega_0 L}{R}.$$

Поэтому снова получается найденное выше резонансное сопротивление:

$$Z_p = \frac{L}{CR}. \quad (10.25)$$

Таким образом, свойства параллельного контура в известном смысле противоположны свойствам последовательного и каждый из них может быть с пользой применен в подходящих условиях.

10.6. ПЕРЕДАЧА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ. ТРАНСФОРМАТОРЫ

При взаимодействии переменных токов следует принимать во внимание фазовый сдвиг между ними. Мгновенная сила взаимодействия пропорциональна произведению мгновенных значений токов:

$$f \sim i_1 i_2 = I_1 I_2 \cos \omega t \cos (\omega t + \varphi).$$

Средняя за период сила

$$\bar{f} \sim I_1 I_2 \cos \varphi$$

оказывается пропорциональной косинусу фазового сдвига. При $\varphi=0$ токи притягиваются, при $\varphi=\pi$ (токи противоположного направления) — отталкиваются. Поэтому ваттметр, рассмотренный в § 4.7, пригоден и для измерения мощности в цепях переменного тока.

Ознакомимся кратко с принципами расчета электрических сетей. При расчете требуется не превысить допустимых потерь мощности в передающей сети $P_{\text{пот}}$ и по возможности снизить расход меди на провода сети.

Пусть потребитель (завод, город) представляет сопротивление Z и должен получать мощность P при напряжении U . Линия передачи (рис. 10.13) имеет длину l (два провода), она выполнена из меди с удельным сопротивлением ρ , сечение проводов равно S . Допустимые потери —

$$P_{\text{пот}} = I^2 R,$$

где I — сила тока в линии, равная

$$I = \frac{U}{Z},$$

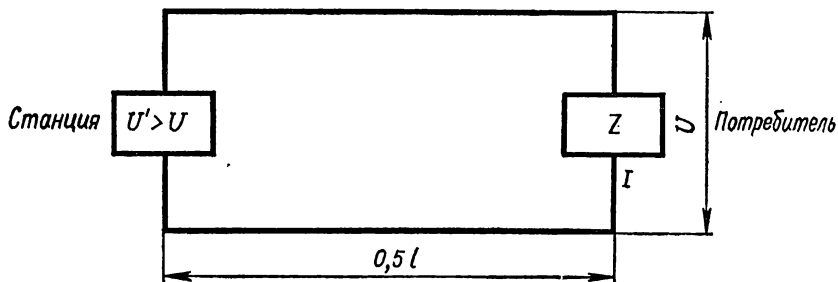


Рис. 10.13

а активное сопротивление проводов линии равно

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Так как полная мощность, получаемая потребителем, равна

$$P = \frac{U^2}{Z} \cos \varphi,$$

то для сечения получаем:

$$S = \frac{\rho l}{P_{\text{пот}}} \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi}.$$

Таким образом, выгодно иметь чисто активную нагрузку Z ($\cos \varphi = 1$), что очевидно, и применять возможно более высокое напряжение. Действительно, по мере увеличения длины передающих линий напряжение передачи приходится увеличивать, в настоящее время — до сотен киловольт.

Так как столь высокие напряжения не могут вырабатываться непосредственно электрическими машинами и не могут предлагаться потребителю, то необходимым элементом линии передачи являются преобразователи напряжения (трансформаторы). Рассмотрим принцип их работы.

На замкнутый магнитопровод намотаны две катушки (рис. 10.14) с числом витков N_1 и N_2 . К первой катушке подведено переменное напряжение u_1 . Вторая катушка разомкнута (режим холостого хода). При этом вольтметры измеряют напряжения U_1 и U_2 , связанные друг с другом соотношением

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (10.26)$$

Докажем это. Первичная катушка, обладающая большой индуктивностью, обтекается довольно слабым током I_0 (ток холостого хода), отстающим от напряжения U_1 почти на 90° . Магнитный поток Φ_0 , пропорциональный силе тока I_0 , пронизывает катушку и наводит

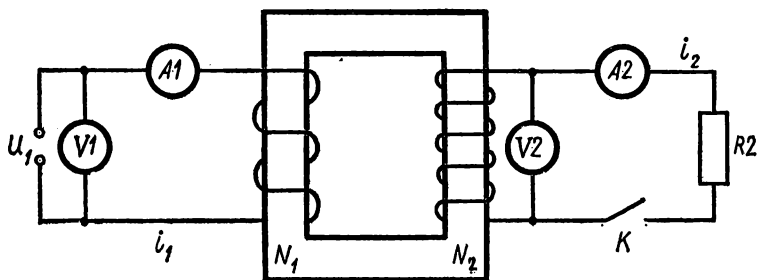


Рис. 10.14

в ней ЭДС самоиндукции, равную

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\Phi_0}{dt} = -U_1, \quad (10.27)$$

которая компенсируется приложенным напряжением U_1 . Одновременно тот же поток наводит во вторичной катушке ЭДС взаимной индукции, равную

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_0}{dt} = U_2,$$

измеряемую вольтметром во вторичной цепи. Отношение $\frac{U_1}{U_2}$, как видно из вышеприведенных выражений, равно $\frac{N_1}{N_2}$, что и под-

тверждается показаниями вольтметров. Векторная диаграмма холостого хода показана на рисунке 10.15.

При замыкании вторичной цепи на сопротивление нагрузки R_2 возникает ток I_2 , создающий магнитный поток Φ_2 . I_2 отстает по фазе от \mathcal{E}_2 (см. рис. 10.15) на угол φ_2 (индуктивная нагрузка).

Одновременно автоматически изменяется и сила тока в первичной цепи. Причина этого такова: при возникновении магнитного потока Φ_2 меняется намагничивание магнитопровода и нарушается равенство (10.27). Поэтому возникает самопроизвольное (без вмешательства экспериментатора) изменение силы первичного тока, создающего новый магнитный поток Φ_1 . По закону Ленца этот поток должен быть почти противоположен по фазе потоку Φ_2 . Равновесие наступает, когда сумма магнитных потоков Φ_1 и Φ_2 , найденная с учетом фазового сдвига, оказывается снова равной первичному потоку Φ_0 . Из диаграммы видно, что поток Φ_1 превышает первичный поток Φ_0 . Следовательно, и сила тока I_1 превышает силу тока холостого хода I_0 .

При этом фазовый угол между U_1 и I_1 (или Φ_1) уменьшается до значения φ_1 .

При нормальной нагрузке трансформатора потоки Φ_1 и Φ_2 значительно превышают Φ_0 , а углы φ_1 и φ_2 невелики. Так как мощность $P_2 = \mathcal{E}_2 I_2 \cos \varphi_2$, потребляемая вторичной обмоткой, как видно из диаграммы, примерно равна $\mathcal{E}_2 I_2$ ($\cos \varphi_2 \approx 1$) и так как она поступает из первичной сети (единственного источника энергии), отдающей трансформатору мощность

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 \approx U_1 I_1,$$

то получается:

$$\mathcal{E}_2 I_2 \approx U_1 I_1; \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{\mathcal{E}_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (10.28)$$

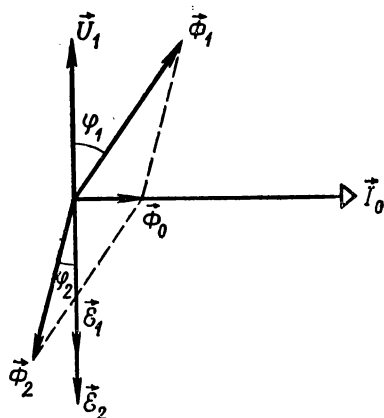


Рис.10.15

Таким образом, при нормальной нагрузке отношение силы токов обратно отношению числа витков; это соотношение верно лишь при нормальной нагрузке и при пренебрежении потерями в трансформаторе. Более строгая теория трансформатора изучается в курсе электротехники.

Справедливость диаграммы (см. рис. 10.15) подтверждает опыт со стержневым трансформатором (магнитопровод имеет форму прямого стержня), вторичная обмотка которого представляет один короткозамкнутый виток толстой медной проволоки (заметная индуктивность при исчезающе малом сопротивлении). Поэтому ток I_2 и поток Φ_2 отстают от ЭДС \mathcal{E}_2 почти на 90° , и потребляемая мощность очень мала. Следовательно, ток I_1 (и поток Φ_1) должен быть сдвинут по фазе относительно U_1 почти на 90° , а относительно I_2 — на угол, близкий к 180° . Противонаправленные токи I_1 и I_2 отталкиваются, а поэтому вторичная обмотка (виток) сбрасывается с сердечника даже при вертикальном положении последнего.

10.7. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ АНАЛОГИИ

В заключение укажем на формальное подобие, существующее между механическими и электрическими величинами, которое приводит к тому, что уравнения, описывающие процессы, оказываются в обоих случаях совпадающими. При этом, очевидно, справедливо следующее: если одна задача (например, механическая) решена, то такую же вторую электрическую можно не решать заново, а воспользоваться готовыми результатами, переведя их на соответствующий (электрический) язык.

Известно, например, что кинетическая энергия тела массой m , движущегося со скоростью \vec{v} , определяется по формуле

$$W_k = \frac{1}{2} m v^2,$$

а магнитная энергия тока i (движущихся зарядов) равна

$$W_m = \frac{1}{2} L i^2,$$

где L — индуктивность участка цепи, обтекаемого данным током. Исходя из аналогии, индуктивность можно сопоставить массе, силу тока — скорости. Так как скорость есть производная от перемещения по времени, а сила тока — производная от заряда по времени, заряд должен быть сопоставлен перемещению. Потенциальной энергии заряженного конденсатора:

$$W_c = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q U$$

следует сопоставить потенциальную энергию деформированной

пружины:

$$W_p = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k} = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} Fx,$$

откуда следует, что жесткости пружины k сопоставляется величина, обратная емкости $\left(\frac{1}{C}\right)$, силе F — разность потенциалов U .

При движении в жидкости со скоростью \vec{v} тела с коэффициентом сопротивления r затрачивается мощность

$$N = rv^2.$$

При протекании тока i по сопротивлению R затрачивается мощность

$$P = Ri^2.$$

Следовательно, коэффициент сопротивления жидкого трения r может быть сопоставлен электрическому сопротивлению R . Механическому импульсу mv соответствует магнитный поток $\Phi = Li$. В § 10.4 мы уже пользовались этими аналогиями.

В следующей главе мы широко используем метод электромеханического подобия. Сейчас укажем, что нетрудно проследить подобие рычага первого рода трансформатору (преобразование сил и скоростей сопоставляется преобразованию напряжений и токов).

Электромеханическое подобие можно установить также между величинами, характеризующими вращательное движение, и величинами, характеризующими электромагнитные процессы.

В этом случае, например, индуктивности сопоставляется момент инерции, току — угловая скорость, напряжению — момент силы, электрическому заряду — угловое смещение, емкости — величина, обратная постоянной кручения, и т. д.

11.1. СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Явление резонанса, обнаруженное при исследовании вынужденных колебаний в электрической цепи, содержащей емкость и индуктивность, позволяет утверждать, что такая цепь является колебательной и обладает частотой свободных колебаний, равной

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Для качественной проверки этого утверждения можно воспользоваться схемой, представленной на рисунке 11.1. Когда ключ находится в положении 1, конденсатор большой емкости ($C \approx 100$ мкФ) заряжается от источника постоянного тока. При положении 2 ключа конденсатор разряжается через большую индуктивность ($L \approx 100$ Гн), например вторичную обмотку высоковольтного трансформатора. При этом получается сильнозатухающий колебательный разряд с периодом, равным десятым долям секунды; его легко контролировать даже стрелочным прибором.

Энергетика процесса такова: энергия электрического поля конденсатора переходит при разряде в энергию магнитного поля катушки; затем за счет явления самоиндукции конденсатор перезаряжается, т. е. происходит обратный переход энергии; процесс сопровождается нагреванием проводов, что приводит к постепенному ослаблению колебаний.

Напишем закон Кирхгофа для процесса разряда: разность потенциалов на конденсаторе в любой момент времени равна падению напряжения на резисторе R и на катушке (где нужно скомпенсировать ЭДС самоиндукции):

$$u = \frac{1}{C} q = iR + L \frac{di}{dt}. \quad (11.1)$$

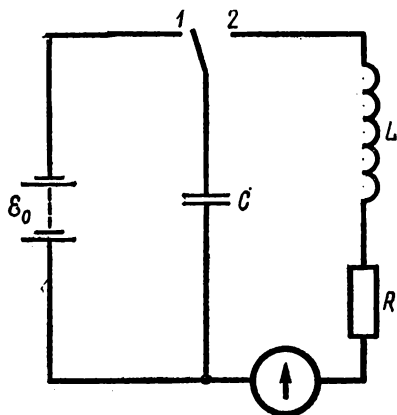


Рис. 11.1

Мгновенный ток определяется убы-

люю заряда конденсатора:

$$i = - \frac{dq}{dt} = -C \frac{du}{dt}.$$

Поэтому для заряда конденсатора q , а также для пропорциональной ему разности потенциалов на конденсаторе u (ее легко наблюдать при помощи осциллографа) получается уравнение

$$L \frac{d^2 u}{dt^2} + R \frac{du}{dt} + \frac{1}{C} u = 0. \quad (11.2)$$

Если умножить это уравнение на емкость C и продифференцировать по времени, то аналогичное уравнение получится и для силы тока. Поэтому для всех этих величин решение имеет одинаковый вид. Но, разумеется, начальные условия для них различны.

Сравнивая уравнение (11.2) с уравнением (7.16) из «Механики», убеждаемся в их формальной тождественности. Поэтому, применяя электромеханическое подобие, можем сразу же получить ряд важных результатов.

Если затухание не слишком велико, так что

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} > \alpha^2 = \left(\frac{R}{2L} \right)^2,$$

то разряд имеет колебательный характер:

$$u = U_m \exp(-\alpha t) \cos(\omega_1 t + \varphi_0), \quad (11.3)$$

причем частота собственных колебаний равна

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \quad (11.4)$$

Из курса механики известно, что добротность контура выражается следующим образом:

$$Q = \frac{\omega_1}{2\alpha} = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}{2\alpha}.$$

Так как затухание невелико, то можно принять, что

$$\omega_0^2 \gg \alpha^2,$$

поэтому

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{\rho}{R}. \quad (11.5)$$

Отношение амплитуды напряжения к амплитуде силы тока равно волновому сопротивлению контура:

$$\frac{U_m}{I_m} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho. \quad (11.6)$$

Если затухание настолько велико, что $\omega_0 < \alpha$, то процесс делается аperiодическим. Его графическое представление было дано на рисунке 7.9 в «Механике».

Для лучшего овладения методом комплексных амплитуд решим при его помощи уравнение (11.2).

Введя обозначения

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad \alpha = \frac{R}{2L},$$

перепишем уравнение (11.2) в виде

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\alpha \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0.$$

Предполагая колебательный характер разряда, будем искать решение в виде

$$u = U_m \exp [j (\omega t + \varphi_0)].$$

Подставив в (11.2) это решение, получим после сокращений:

$$-\omega^2 + 2j\alpha + \omega_0^2 = 0.$$

Приравнявая нулю действительную и мнимую части по отдельности, находим:

$$\omega = \omega_0; \quad \alpha = 0,$$

т. е. решение, соответствующее отсутствию затухания. Очевидно, в нашем решении кроется какая-то некорректность. Действительно, мы считали ω действительной величиной, не имея для этого достаточных оснований. Положим теперь

$$\omega = \omega_1 + j\gamma.$$

Теперь уравнение (11.2) приводится к виду

$$-\omega_1^2 + \gamma^2 - 2j\omega_1\gamma + 2j\omega_1\alpha - 2\alpha\gamma + \omega_0^2 = 0.$$

Отсюда

$$\gamma = \alpha; \quad \omega_1^2 = \omega_0^2 - \alpha^2, \quad (11.7)$$

что совпадает с (11.4).

Таким образом, в комплексном виде решение имеет вид

$$u = U_m \exp (-\alpha t) \exp [j (\omega_1 t + \varphi_0)].$$

Выделяя действительную часть, получаем окончательно:

$$u = U_m \exp (-\alpha t) \cos (\omega_1 t + \varphi_0), \quad (11.8)$$

где U_m и φ_0 , как и в механике, определяются из начальных условий. Решение (11.8), конечно, совпадает с (11.3).

В главе 10 мы рассматривали установившиеся вынужденные колебания (процесс установления вынужденных колебаний графически был показан на рисунках 7.10 и 7.11 в «Механике»). Физическая сущность процесса установления такова: когда к электрической цепи, обладающей собственной частотой, прикладывают внешнее гармоническое напряжение, в цепи одновременно возникают зату-

хающие свободные и незатухающие вынужденные колебания. Амплитуда и начальная фаза первых зависит от начальных условий и присутствия вторых; амплитуда и начальная фаза вынужденных колебаний зависит только от внешней силы. Благодаря линейности системы оба колебания складываются и получающийся процесс сложно зависит от времени, пока собственные колебания еще не затухли. После их практического затухания остаются только гармонические вынужденные колебания.

11.2. АВТОКОЛЕБАНИЯ. ЛАМПОВЫЙ ГЕНЕРАТОР НЕЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Как и в случае механики, в электродинамике важную роль играют системы, способные совершать незатухающие колебания под действием постоянной силы, автоматически включаемой в систему в надлежащие моменты времени, — *автоколебательные системы*. Из курса «Механики» известно (см. § 7.7), что такие системы должны содержать какой-либо нелинейный элемент (не подчиняющийся закону Ома). Идею создания электрической автоколебательной системы можно уяснить при помощи схемы (рис. 11.2), где к контуру (L , C , R), содержащему также гальванометр, подключен источник постоянной ЭДС \mathcal{E} . В цепи источника имеется ртутный контакт K , замыкаемый проволочкой, припаянной к концу стрелки гальванометра, при отклонениях стрелки вправо. Кроме того, стрелка соединена с измерительной катушкой гальванометра (это соединение часто имеется у фабричных гальванометров). Допустим, что отклонение стрелки происходит в направлении тока, текущего через прибор. Тогда при полярности источника, указанной на рисунке, зарядный ток конденсатора, возникший в момент замыкания цепи и значительно превышающий ток через катушку, вызовет отклонение стрелки влево; контакт K разомкнется, и конденсатор начнет разряжаться через катушку. При изменении знака тока стрелка вновь замкнет контакт и батарея пополнит запас энергии системы, после чего процесс возобновится и будет протекать неопределенно долго. Здесь мы правильно выбрали моменты подключения питающего источника к системе — правильно отрегулировали «обратную связь» между системой и источником питания.

Нелинейными свойствами обладает участок цепи, содержащий ртутный контакт: при одном направлении тока его сопротивление ничтожно мало, при другом — неограниченно велико.

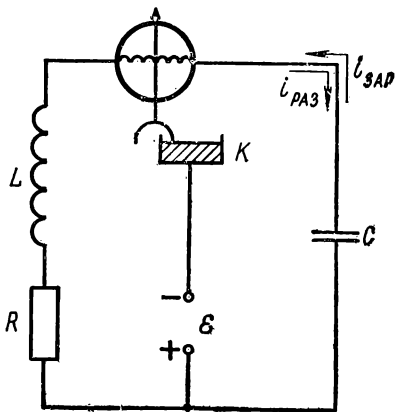


Рис. 11,2

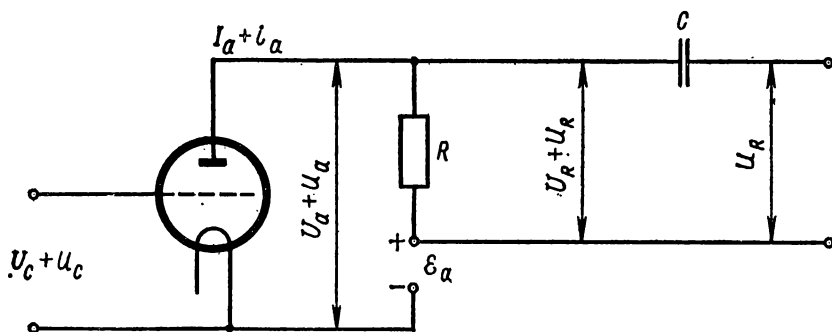


Рис. 11.3

Если изменить полярность источника, то зарядный ток вызовет отклонение стрелки вправо, контакт K будет длительно замкнут и колебания не возникнут — «обратная связь» выбрана неверно.

Рассмотренная схема, обладая большой наглядностью, технически несовершенна и практического значения не имеет. В технике широкое применение нашли ламповые генераторы незатухающих электромагнитных колебаний, где управляющим элементом является многоэлектродная лампа или транзистор, используемые в нелинейном режиме. Мы рассмотрим простейшую схему с трехэлектродной лампой.

В трехэлектродной лампе между катодом и анодом имеется третий электрод — сетка (рис. 11.3), на которую можно подать напряжение $U_c + u_c$. Поэтому анодный ток становится функцией напряжений ($U_a + u_a$; $U_c + u_c$) и лампа приобретает ряд новых свойств, отсутствующих у двухэлектродной лампы (см. § 3.5). В анодную цепь лампы включается сопротивление нагрузки R (это может быть также катушка или параллельный колебательный контур); переменное напряжение u_R является полезным и передается в дальнейшие участки схемы через конденсатор C , не позволяющий постоянному напряжению U_R попасть на выходные зажимы схемы. Вольт-амперная характеристика, связывающая потенциал сетки с анодным током (при неизменном анодном напряжении U_a), называется *сеточной характеристикой*. Вид ее показан на рисунке 11.4. При отрицательных потенциалах сетки поле между ней и катодом может полностью затормозить электроны и лампа будет «заперта». При повышении сеточного напряжения возникает анодный ток, сила анодного тока возрастает, но не пропорционально

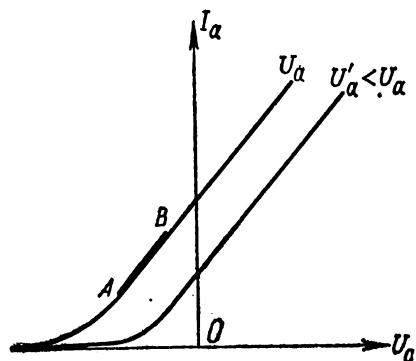


Рис. 11.4

сеточной характеристикой. Вид ее показан на рисунке 11.4. При отрицательных потенциалах сетки поле между ней и катодом может полностью затормозить электроны и лампа будет «заперта». При повышении сеточного напряжения возникает анодный ток, сила анодного тока возрастает, но не пропорционально

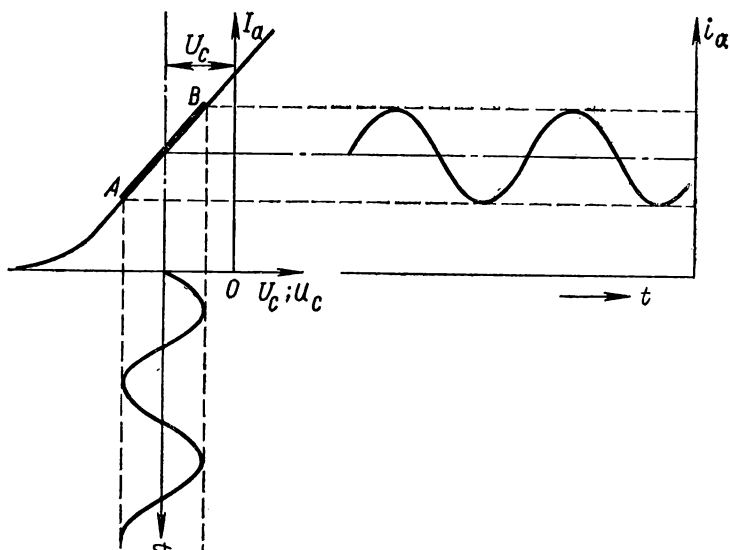


Рис. 11.5

напряжению. Так как сетка расположена значительно ближе к катоду, чем анод, и экранирует электрическое поле между катодом и анодом, то ток через лампу можно регулировать значительно меньшими сеточными потенциалами (чем анодные).

На практике всегда используется некоторый участок характеристики, например AB (рабочий участок), около середины которого (начальной рабочей точки) происходят колебания напряжения и тока.

Если на сетку лампы подать одновременно постоянное напряжение U_c и переменное u_c (рис. 11.5), выбрать рабочую точку на прямолинейном участке и ограничить ее перемещение только прямолинейным участком, то между изменениями напряжения и силы тока будет существовать прямая пропорциональность:

$$i_a = Su_c, \quad (11.9)$$

где $S = \frac{di_a}{du_c} = \text{const}$ — *крутизна* характеристики в рабочей точке.

Находя графически форму изменений анодного тока i_a , (и пропорциональных ему изменений напряжения u_R), убеждаемся, что она соответствует форме изменений сеточного напряжения. При этом графическом представлении масштаб по осям силы токов выбирается одинаковым; по осям времени масштаб может быть и различен (на рис. 11.5 он одинаков, но на рис. 11.6 различен). Если так рассчитать схему, чтобы получалось изменение u_R , превышающее u_c , то лампа будет усиливать сигнал u_c , не искажая его формы. На этом принципе основана работа многочисленных усилителей.

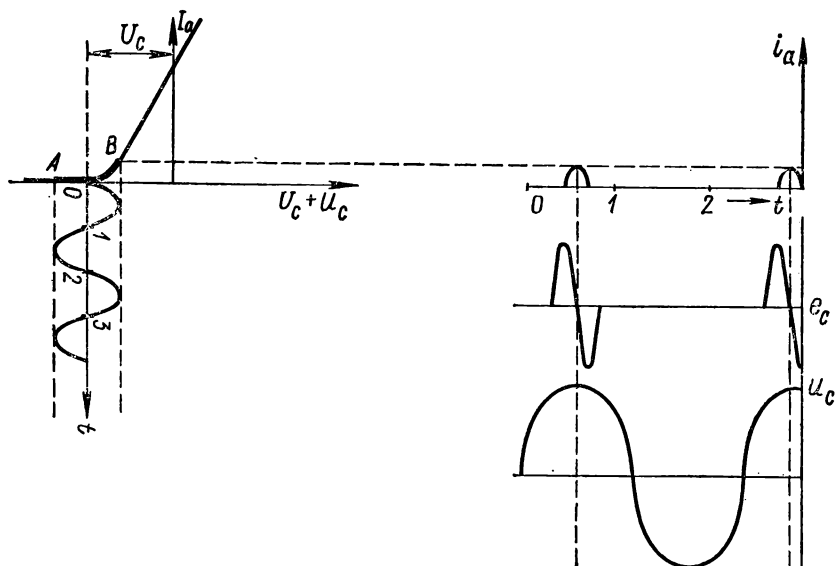


Рис. 11.6.

Если рабочую точку сдвинуть в криволинейный участок характеристики, то форма анодного тока не будет воспроизводить формы сеточного напряжения (рис. 11.6). Конечно, для усиления сигналов такой режим не пригоден. Но именно он используется для получения незатухающих автоколебаний.

Включим в цепь сетки (рис. 11.7) колебательный контур (L, C, R) и источник постоянного напряжения U_c , обеспечивающий режим, показанный на рисунке 11.6. В анодную цепь включим катушку с индуктивностью L_a , магнитно-связанную с катушкой индуктивностью L ; коэффициент взаимной индукции — M ; знак его можно менять, поворачивая первую катушку на 180° вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину катушки, или меняя местами концы, подключенные к катушке (при этом изменит направление вектор индукции ее магнитного поля).

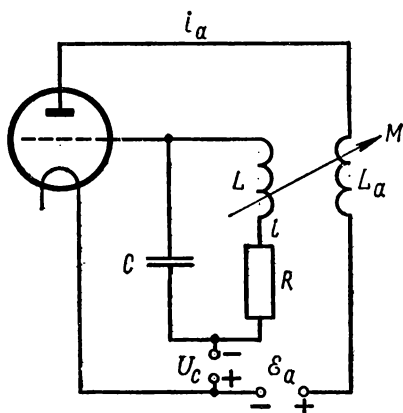


Рис. 11.7

Рассмотрим только установившийся режим, считая, что в схеме уже существуют незатухающие автоколебания. Выясним, как они могут длительно поддерживаться.

Идея работы автогенератора проста: при колебании напряжения на конденсаторе меняется анодный ток i_a и в катушке с индуктивностью L_a возникает магнитное поле, воздействующее на катушку с индуктивностью L , где создается ЭДС индукции

$$e_c = -M \frac{di_a}{dt}. \quad (11.10)$$

Если фаза этой ЭДС будет согласована с фазой существующих колебаний, то последние будут ею поддерживаться за счет энергии, поступающей из источника ЭДС \mathcal{E}_a .

При этом сила тока в анодной цепи меняется периодически, но не гармонически. Так как контур (LCR) обладает собственной частотой ω_0 , то он выделит из негармонической ЭДС e_c , порождаемой изменениями тока i_a , гармоническую компоненту с частотой ω_0 , а потому колебания в контуре сохраняют гармоничность.

На рисунке 11.6, кроме временной зависимости i_a , показаны и зависимости e_c и u_c . Следует иметь в виду, что амплитуда e_c не превышает 1—2% амплитуды u_c , и на рисунке изменения e_c показаны в сильно преувеличенном масштабе. Из графика видно, что импульсы e_c соответствуют изменениям u_c (т. е. поддерживают существующие колебания, конечно, за счет энергии источника ЭДС \mathcal{E}_a).

В выбранном примере анодный ток существует лишь в течение небольшой части периода изменений напряжения, в других случаях он может существовать более длительное время.

На рисунке 11.8 показан график зависимости расхода мощности источником постоянной ЭДС от силы тока I . Тут же изображена кривая потребления мощности схемой с активным сопротивлением R , где мощность $P_{\text{пот}}$ пропорциональна квадрату силы тока. Пересечение кривых соответствует установившемуся процессу. Действительно, при случайном росте потребления мощности источник не сможет поддерживать его и система из состояния, изображаемого точкой 1, вернется в устойчивое состояние 0. То же произойдет и при случайном уменьшении потребляемой мощности (точка 2).

Такова элементарная теория генератора. Еще раз подчеркнем, что он должен обязательно обладать нелинейностью; в рассматриваемом случае нелинейность характеристики приводит к зависимости крутизны ламповой характеристики S от напряжения u_c :

$$S = S(u_c);$$

эта зависимость изображена на нижнем графике рисунка 11.9.

При помощи ламповых схем можно получать колебания с часто-

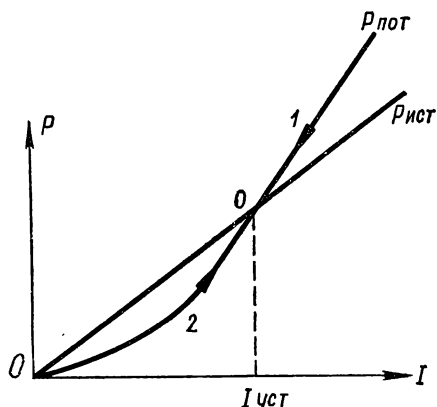


Рис. 11.8

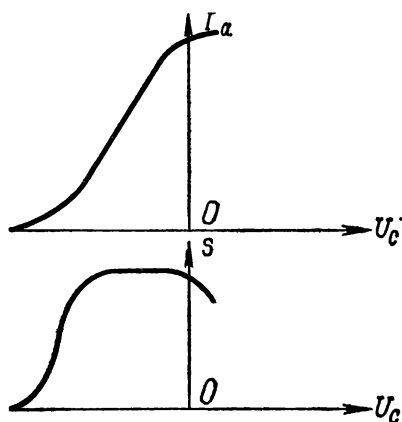


Рис. 11.9

тами от произвольно низких (лишь бы были достаточно большие емкости и индуктивности) до сотен мегагерц. Получение более высоких частот невозможно как из-за слишком больших значений емкости и индуктивности электродов лампы, так и вследствие конечного времени пролета электронов в лампе, из-за чего теряет силу допущение о пропорциональности между i_a и u_c : возникают большие фазовые сдвиги и работа схем нарушается.

Более высокие частоты получают в лампах, где используется взаимодействие электронного потока с электрическими полями

(клистроны, лампы бегущей волны и пр.) и магнитными полями (магнетроны). Здесь удается получить колебания с частотами до 10^{13} Гц. Еще более высокочастотные колебания получаются не за счет использования энергии электронных пучков, а за счет процессов, происходящих в молекулах и атомах вещества, — в этом случае предельно высокими частотами являются частоты, достигающие 10^{23} Гц. Следует отметить, что атомно-молекулярные процессы позволяют получить и значительно более медленные колебания (вплоть до частот порядка сотен килогерц).

11.3. ПРИНЦИПЫ РАДИОСВЯЗИ

Генераторы незатухающих колебаний применяются для беспроводной радиосвязи. По причинам, которые будут освещены ниже, радиосвязь можно осуществить только на достаточно высоких частотах — сотни килогерц и выше. Чтобы можно было передать какое-либо сообщение, необходимо как-то менять характер сигнала. Постоянно включенная радиостанция столь же непригодна для передачи сообщений, как и постоянно выключенная (кроме того, первая еще потребляет энергию!). Простое включение и выключение передающей станции позволяет передать сообщение, если установлено условное значение порядка включений и выключений, например известная азбука Морзе.

Но для передачи речи, музыки или изображений сигнал должен быть не условным, а отвечающим форме передаваемого сообщения. В этих случаях прибегают к воздействию на незатухающее колебание — его «модулируют», т. е. меняют в соответствии с сообщением амплитуду, частоту или фазу незатухающих гармонических колебаний. Мы рассмотрим только воздействие на амплитуду (амплитудную модуляцию), не вникая в детали технического выполнения этой задачи.

Пусть требуется передать сигнал звуковой частоты. Этот сигнал воздействует на микрофон, в цепи которого получается, например, напряжение

$$u_1 = U_1 \cos \Omega t.$$

Это напряжение вместе с напряжением от генератора высокой (несущей) частоты

$$u_2 = U_2 \cos \omega t \quad (\omega \gg \Omega) \quad (11.11)$$

подается в цепь, содержащую нелинейный элемент D и контур, настроенный на частоту ω (рис. 11.10). Пусть характеристика цепи с нелинейным сопротивлением есть

$$i = au + bu^2. \quad (11.12)$$

Тогда в цепи получится сложный ток:

$$i = aU_2 \cos \omega t + 2bU_1U_2 \cos \omega t \cos \Omega t + i_\Omega + i_{2\Omega} + i_{2\omega} + I,$$

где индексы у токов означают их частоты, I — постоянная составляющая.

Так как в цепи имеется контур, настроенный на частоту ω , то заметное падение напряжения на нем дадут лишь токи, имеющие частоту, близкую к частоте контура:

$$u_k \sim aU_2 \left[1 + 2 \frac{b}{a} U_1 \cos \Omega t \right] \cos \omega t = aU_2 [1 + M \cos \Omega t] \cos \omega t, \quad (11.13)$$

где M — коэффициент модуляции, пропорциональный амплитуде звукового сигнала U_1 .

Таким образом из сложного сигнала выделяется негармоническая составляющая частоты ω (несущей), у которой амплитуда модулирована звуковой частотой Ω , или, что то же самое:

$$u_k \sim U_2 \cos \omega t + \frac{1}{2} U_2 M \{ \cos [(\omega + \Omega) t] + \cos [(\omega - \Omega) t] \}, \quad (11.14)$$

т. е. напряжение на нагрузке является суммой трех гармонических колебаний — несущего и двух (близких к нему по частоте) боковых; эти колебания происходят с постоянной амплитудой, если не меняется амплитуда модулирующего напряжения, влияющая на коэффициент модуляции M .

Нужно понять, что представления (11.13) и (11.14) совершенно равноценны; второе полезно в том случае, если сигнал исследуется приемником, чувствительным к частотам и амплитудам, например спектроанализатором, на экране которого получается картина,

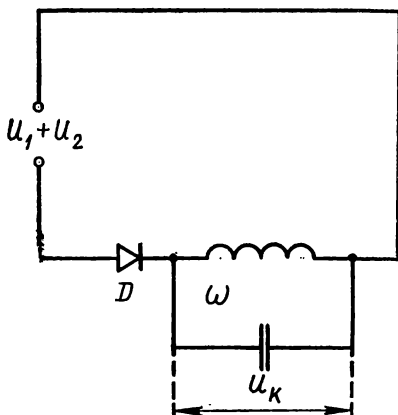


Рис. 11.10

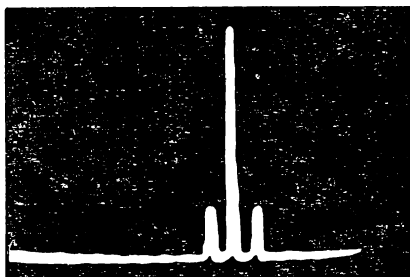


Рис. 11.11

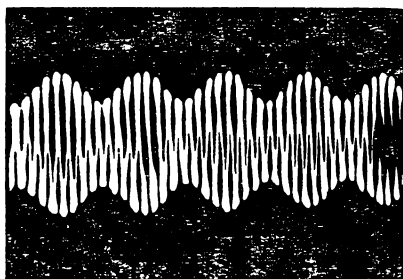


Рис. 11.12

аналогичная изображенной на рисунке 11.11. На этой осциллограмме горизонтальная ось служит осью частот, вертикальная — осью амплитуд. Первое же представление пригодно для приборов, реагирующих не на частоту, а на временные изменения сигнала, например, в случае контроля сигнала при помощи осциллографа, на экране которого получается кривая, где ось абсцисс служит осью времени, а ось ординат — осью мгновенных значений напряжения (рис. 11.12, то же на рис. 11.14 и 11.15).

Таким образом, в сигнале, модулированном по амплитуде, нет колебаний частоты Ω . Из представления (11.14) можно заключить, что контур не должен иметь чрезмерную добротность — его полоса

пропускания (ширина резонансной кривой) должна быть больше, чем 2Ω , чтобы «боковые частоты» $\omega \pm \Omega$ были им воспроизведены.

Но, с другой стороны, контур должен быть не слишком плох (его добротность не должна быть меньше нескольких десятков), чтобы достаточно сильно проявлялись его резонансные свойства. Поэтому необходимо выполнить условие:

$$2\Omega \ll \omega,$$

т. е. ширина «канала связи» (полосы частот, занятой для передачи) должна быть относительно невелика.

Пусть, например, используется диапазон частот от 10^6 до 10^7 рад/с; $2\Omega = 5 \cdot 10^4$ рад/с. В этом диапазоне можно разместить довольно большое число независимо работающих передатчиков (каналов связи):

$$N = \frac{\Delta\omega}{2\Omega} = \frac{9 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^4} = 180.$$

Если бы передача шла на несущих колебаниях, имеющих в десять раз меньшую частоту, то число возможных каналов было бы равно всего $N_1 = 18$.

Таким образом, повышение несущей частоты диктуется прежде всего необходимостью разместить большое число независимых и не мешающих друг другу радиостанций.

Модулированный сигнал излучается антенной (см. гл. 12) в окружающее пространство и принимается приемником, где из него необходимо выделить звуковую частоту. Это также достигается в нелинейной цепи. Цепь может содержать (рис. 11.13) колебательный контур (L, C), нелинейный элемент D с характеристикой (11.12), резистор R , на котором должна выделяться звуковая частота, и параллельно подсоединенный конденсатор $C1$. Правильный подбор его емкости — необходимое условие успешного выделения звуковой частоты (см. ниже).

При подаче в цепь сигнала (11.13) в цепи получится ток

$$i = i_{\text{в. ч.}} + I + bU_2^2 M \left(\cos \Omega t + \frac{M}{4} \cos 2\Omega t \right), \quad (11.15)$$

содержащий постоянный ток I и токи высокой частоты, не представляющие для нас интереса, а также ток звуковой частоты

$$i_{\Omega} \sim U_1 \cos \Omega t,$$

воспроизводящий передаваемый сигнал, и ток двойной звуковой частоты

$$i_{2\Omega} \sim \frac{M}{4} U_1 \cos 2\Omega t,$$

представляющий искажение сигнала. Однако, пока амплитуда его относительно мала ($\frac{M}{4} < 0,1$), это искажение не очень существенно. Для того чтобы оно было невелико, нужно, чтобы коэффициент модуляции M при формировании передаваемого сигнала оставался малым по сравнению с единицей; обычно он не превышает 0,3 . . . 0,4.

Емкость конденсатора $C1$ подбирается так, чтобы его сопротивление гармоническим токам было связано с сопротивлением R (не зависящим от частоты) соотношениями

$$\frac{1}{\Omega C_1} > R > \frac{1}{\omega C_1}. \quad (11.16)$$

При выполнении этого неравенства на цепочке ($R, C1$) возникнет заметное напряжение только звуковой частоты. Если R — сопротивление обмотки громкоговорителя, то задача воспроизведения модулирующего сигнала решена; если же амплитуда напряжения на R недостаточна для приведения мембраны громкоговорителя в заметные ко-

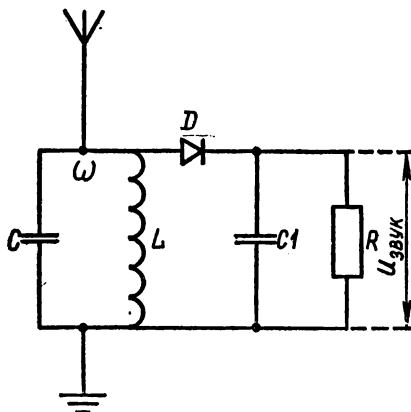


Рис. 11.13

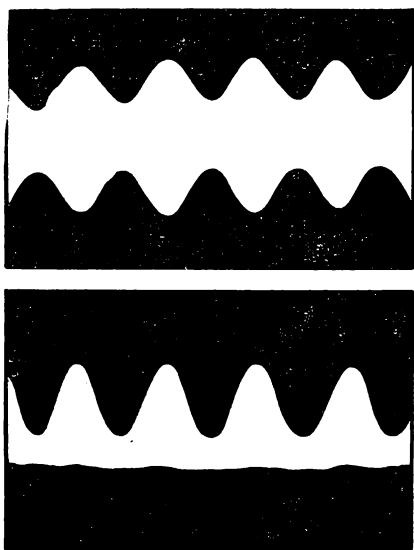


Рис. 11.14

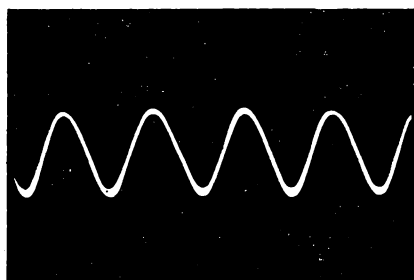


Рис. 11.15

лебания, то это напряжение подают на усилитель (§ 11.2), а с него — на громкоговоритель.

На рисунке 11.14 представлены осциллограммы напряжения (11.13), возникающего на контуре LC приемной схемы, и напряжения, получающегося на резисторе R при отключенном конденсаторе $C1$; это напряжение совпадает по форме с током i , описываемым уравнением (11.15). К сожалению, на рисунке не очень хорошо видны колебания высокой частоты — они были так часты, что вся поверхность осциллограммы оказалась засвеченной.

Напряжение на резисторе R , получающееся при правильном выборе емкости конденсатора $C1$, показано на рисунке 11.15; оно меняется со звуковой частотой (высокая частота здесь совершенно отсутствует).

При передаче движущихся изображений (телевидении) модуляция осуществляется сигналами, зависящими от освещенности того или иного участка передаваемого объек-

та. Технически это осуществить труднее, чем модуляцию звуковым сигналом; принципиальная же сторона процесса модуляции остается прежней.

Схемы модуляции, как и принципы частотной и фазовой модуляции, рассматриваются в курсе радиотехники.

Впервые радиосвязь, т. е. передача и прием определенного сигнала, была осуществлена А. С. Поповым в Петербурге (на расстоянии в несколько десятков метров) в 1895 г.

В настоящее время связь осуществляется на космические расстояния, например с космическими кораблями, совершавшими посадку на Венере и Марсе (почти 100 млн. км).

12.1. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Уравнения Максвелла — основа классической электродинамики — позволяют исследовать весьма широкий круг электромагнитных явлений. Самим Максвеллом было получено важнейшее следствие из этих уравнений — возможность существования в вакууме периодического во времени и пространстве электромагнитного поля — электромагнитных волн. Для вакуума основные уравнения (9.5) и (9.7) принимают вид

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}; \quad -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

причем

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

Описываемые этими уравнениями поля не связаны ни с зарядами, ни с токами проводимости и являются самостоятельно существующей реальностью. В дифференциальной форме уравнения запишутся следующим образом (см. 9.12 и 9.13):

$$\text{rot } \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad \text{rot } \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (12.1)$$

Отсюда видно, что оба поля имеют вихревой характер, т. е. линии \vec{H} и линии \vec{E} замкнуты сами на себя. Общее решение уравнений (12.1) затруднительно, так как каждое из полей (электрическое и магнитное) зависит от трех координат и времени. Но при рассмотрении поля в небольшой области пространства можно допустить, что оба поля будут зависеть только от одной координаты и времени (плоское поле). Допустим, что напряженности электромагнитного поля зависят только от координаты z . Тогда производные $\frac{\partial}{\partial x}$ и $\frac{\partial}{\partial y}$ обращаются в нуль. Пользуясь уравнениями (12.1) и введенными в § 9.2 развернутыми выражениями векторной функции rot , найдем для трех компонент векторов \vec{E} и \vec{H} такие выражения:

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} &= -\frac{\partial H_y}{\partial z}; & -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} &= -\frac{\partial E_y}{\partial z}; \\ \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{\partial H_x}{\partial z}; & -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_x}{\partial z}; \\ \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} &= 0; & -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \quad (12.2)$$

Из последних равенств следует, что E_z и H_z не зависят от времени (постоянные поля). Этот случай не имеет отношения к рассматриваемым, переменным во времени, процессам, и мы им интересоваться не будем (например, можем допустить, что постоянное электрическое (E_z) и магнитное (H_z) поля отсутствуют).

Остальные уравнения (12.2) распадаются на две независимые группы; одна группа содержит только E_x и H_y , другая — E_y и H_x . Рассмотрим первую группу:

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = - \frac{\partial H_y}{\partial z}; \quad -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial z}.$$

Продифференцировав первое уравнение по времени (и умножив на μ_0) и второе уравнение по координате, можно исключить H_y и получить так называемое «волновое» уравнение для E_x :

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}. \quad (12.3)$$

Если исключить E_x , то такое же волновое уравнение получится для H_y .

Решением волнового уравнения может быть произвольная функция

$$E_x = E_m f\left(t - \frac{z}{v}\right), \quad (12.4)$$

имеющая первую и вторую производные. Действительно, подставляя это решение в уравнение (12.3) и требуя, чтобы получилось тождество, находим:

$$\epsilon_0 \mu_0 E_m f''\left(t - \frac{z}{v}\right) \equiv \frac{E_m}{v^2} f''\left(t - \frac{z}{v}\right),$$

где f'' — вторая производная функции f по ее аргументу. Отсюда получаем необходимое для тождественности условие:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

Очевидно, решение (12.4) характеризует электрическое поле, распространяющееся в направлении возрастающих z со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}. \quad (12.5)$$

С такой же скоростью будет распространяться и магнитное поле. Но, как известно, скорость света в вакууме равна

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}. \quad (12.6)$$

Отсюда Максвелл заключил, что должны существовать электромагнитные волны и что свет имеет электромагнитную природу. Таким образом, он объединил электромагнетизм и оптику, получив тем самым одно из самых замечательных обобщений в истории физики.

Амплитуда E_m напряженности поля в (12.4) определяется в зависимости от характера рассматриваемой задачи начальными или граничными условиями. Вторая постоянная интегрирования — начальная фаза — принята равной нулю.

Подставляя E_x в одно из уравнений, связывающих E_x и H_y , получаем:

$$\epsilon_0 E_m f' = - \frac{\partial H_y}{\partial z},$$

где f' — первая производная функции f по ее аргументу. Интегрируя по координате, находим:

$$H_y = \epsilon_0 v E_m f \left(t - \frac{z}{v} \right) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_x. \quad (12.7)$$

Отношение напряженностей полей равно

$$\frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = Z_0 = 377 \text{ Ом},$$

где Z_0 — волновое сопротивление вакуума.

Если напряженность электрического поля меняется по гармоническому закону, — например, в уравнении (12.4) функция f задана косинусом:

$$E_x = E_m \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right],$$

то для напряженности магнитного поля получается:

$$H_y = \frac{E_m}{Z_0} \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right], \quad (12.8)$$

т. е. мы имеем бегущую монохроматическую электромагнитную волну, для которой характерно, что E_x и H_y изменяются синфазно.

Переменим знак в аргументе:

$$E_x = E_m \cos \left[\omega \left(t + \frac{z}{v} \right) \right],$$

тогда решение представит волну, бегущую в направлении убывающих z . Векторы \vec{E}_x , \vec{H}_y и \vec{v} образуют правую тройку (они взаимно перпендикулярны). Поэтому свободно распространяющаяся электромагнитная волна поперечна (для волн, распространяющихся не свободно, например для волн в металлических трубах, поперечность может нарушаться — волна может приобрести дополнительную продольную составляющую). Так как направления \vec{E}_x и \vec{H}_y не меняются, то волна называется *плоско (линейно) поляризованной*. Плоскость, проведенная через вектор скорости и электрический вектор, называется *плоскостью колебаний*, а плоскость, проходящая через вектор скорости и магнитный вектор, называется *плоскостью поляризации* волны.

Два других уравнения (12.2) совершенно подобны рассмотренным уравнениям. Очевидно, решение их представляет такую же линейно поляризованную волну, только с компонентами E_y и H_x .

В более общем случае, когда одновременно существуют оба поля (E_x, H_y и E_y, H_x), волна может иметь не линейную, а более сложную поляризацию, так как амплитуды и начальные фазы напряженностей обоих полей могут быть различны. Такие волны будут рассмотрены в «Опике и атомной физике».

Поверхность, содержащая точки, где напряженность $\vec{E}(\vec{H})$ имеет одну и ту же фазу, называется *волновой поверхностью* (или *волновым фронтом*). Направления распространения волны, перпендикулярные волновому фронту, называются *лучами*. Для рассматриваемого случая (ограниченной области пространства) волновая поверхность является плоской, все лучи параллельны друг другу.

Реальные волны бывают или расходящимися — от источника, или сходящимися, если на их пути находились приспособления, сводящие лучи вместе (превращающие расходящийся фронт в сходящийся). Такими устройствами являются вогнутые зеркала и линзы.

Бегущая волна несет с собой энергию. Так как плотность энергии, как было показано выше, равна

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_x^2, \quad w_m = \frac{1}{2} \mu_0 H_y^2,$$

то полная энергия единицы объема равна

$$w = w_e + w_m = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E_x H_y = \frac{1}{c} E_x H_y.$$

Через элемент поверхности dS , нормальный к векторам \vec{E}_x и \vec{H}_y , в единицу времени в среднем пройдет мощность, равная

$$dP = \bar{w} c dS = E_m H_m dS f^2 \left(t - \frac{z}{v} \right),$$

где \bar{w} и \bar{f}^2 — средние значения плотности энергии и функции f^2 . Введем вектор Умова — Пойнтинга

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}], \quad (12.9)$$

определяющий поток энергии в единицу времени через единичную площадку, относительно которой вектор нормален. Для гармонических волн среднее значение этого вектора за период колебаний (интенсивность) равно

$$I = \frac{dP}{dS} = \frac{1}{2} E_m H_m = \frac{1}{2} Z_0 H_m^2 = \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{Z_0}, \quad (12.10)$$

так как среднее за период значение функции $\cos^2 \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right]$ равно $1/2$. Полученные выражения формально совпадают с законом Джоуля — Ленца; существенное различие заключается в том, что энер-

гия, описываемая выражением (12.10), не поглощается в некотором объеме, содержащем источник, а уходит из этого объема — излучается. Так, при $E=1$ В/м интенсивность равна

$$I \approx 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2.$$

Примерно такова интенсивность излучения 60-ваттной лампы накаливания на расстоянии около 60 м; но на видимое излучение приходится не более 5% этого значения.

12.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ. ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН. СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ

Экспериментальное подтверждение выводов Максвелла дал впервые Г. Герц в 1887 г., уже после кончины Максвелла. Г. Герц получил и исследовал волны, длина которых менялась от нескольких метров до 60 см (волны Герца). Позже многие ученые старались получить более короткие волны, чтобы заполнить пробел между волнами Герца и инфракрасными волнами (длина последних достигает сотен микрометров; излучаются они нагретыми телами за счет внутриатомных процессов, происходящих в этих телах). Наибольшего успеха в свое время добился П. Н. Лебедев (1866—1912), получивший в 1895 г. волны с длиной волны $\lambda=6$ мм. Позже, в двадцатых годах нашего века, А. А. Глаголева-Аркадьева смогла снизить длину волны до десятых долей миллиметра, впервые заполнив указанный выше пробел.

Мы обсудим экспериментальную проверку выводов волновой теории Максвелла. Для этой цели удобно применять современные генераторы, излучающие волны с длиной волны $\lambda \approx 3$ см ($f \approx 10^{10}$ Гц), модулированные низкой частотой ($10^3 \dots 10^4$ Гц). Вывод энергии из такого генератора обычно выполняется волноводом — прямоугольной металлической трубой. Волна, излучаемая этой трубой — линейно-поляризованная, что легко проверить, вращая в ее поле прямолинейный полуволновой проводник (диполь), снабженный детектором и присоединенный к осциллографу. При определенной ориентации проводника прием наиболее силен. При его вращении в собственной плоскости интенсивность приема убывает пропорционально квадрату косинуса угла между первоначальным и новым направлениями:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \quad (12.11)$$

(з а к о н М а л ю с а, ранее установленный для световых волн).

Смысл этого закона вполне ясен: если электрическое поле характеризуется вектором напряженности \vec{E} , а приемный диполь образует с его направлением угол φ , то вдоль диполя действует составляющая, модуль которой равен

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}| \cos \varphi,$$

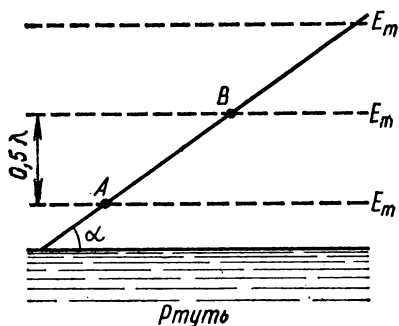


Рис. 12.1

вызывающая в диполе некоторый ток. Мощность, поглощаемая диполем, пропорциональна квадрату тока, т. е. $\cos^2 \varphi$.

Прямым доказательством волнового характера изучаемых процессов является образование доступных наблюдению стоячих волн. Если заставить волну отразиться от металлического экрана, то между передатчиком и экраном устанавливается стоячая волна; распределение в ней узлов и пучностей электрического поля

можно исследовать полуволновым диполем. Для контроля за магнитным полем можно применить маленький виток; если он будет пронизываться магнитным полем, то в нем наведется ЭДС, которую можно контролировать при помощи осциллографа.

При этом оказывается, что у самого экрана электрическое поле образует узел, а магнитное — пучность.

Подобный опыт со световыми волнами был выполнен в 1880 г. Винером. Он заставлял свет отражаться от чистой поверхности ртути (рис. 12.1). Над ртутью он поместил фоточувствительный слой под очень малым углом α к ее поверхности. Плоскости пучностей, расположенные на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ друг от друга (по перпендикуляру к поверхности ртути), пересекали фотослой на гораздо большем расстоянии:

$$AB = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha},$$

и почернения в пучностях были отличимы друг от друга. При этом оказалось, что у самой поверхности ртути почернения не было. Но там образовывался узел электрического поля; следовательно, световое действие на фотослой (а также и на наш глаз) определяется электрическим вектором электромагнитной волны.

Полезно отметить, что проволоочная решетка (из параллельных проволок, расстояние между которыми меньше длины волны) отражает волны, имеющие электрический вектор, параллельный проволокам, почти так же хорошо, как и сплошной металлический экран. Если же проволоки решетки перпендикулярны электрическому вектору волны, то последняя проходит практически без отражения. Физическая сущность явления заключается в том, что в первом случае в проволоках возникают вынужденные колебания; сами проволоки становятся источниками вторичного излучения; его взаимодействие с первичной волной приводит к ослаблению поля за решеткой и усилению его перед ней, т. е. к возникновению отражения. Во втором случае, когда вектор напряженности электрического

поля перпендикулярен проволокам, в них не могут возникнуть заметные токи; поэтому вторичное излучение незначительно, и его влияние на первичную волну практически не заметно.

Если бы мы решали уравнения (12.1) не для вакуума, а для однородного изотропного диэлектрика (ϵ, μ), то во всех полученных результатах следовало бы заменить ϵ_0 и μ_0 на $\epsilon_0\epsilon$ и $\mu_0\mu$. Следовательно, для скорости волн в диэлектрике получилось бы:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (12.12)$$

Известно, что в оптике отношение

$$\frac{c}{v} = n$$

называют *показателем преломления*. Следовательно, для диэлектрика показатель преломления должен быть равен

$$n = \sqrt{\epsilon} \quad (\text{закон Максвелла}) \quad (12.13)$$

(так как практически для всех диэлектриков μ почти не отличается от единицы).

Для воды ($\epsilon \approx 80$) должно быть:

$$n_T \approx 9.$$

Между тем для видимого света оказалось, что у воды

$$n_{\text{оп}} = 1,33.$$

Расхождение вызвано тем, что диэлектрическая проницаемость ϵ зависит от частоты изменения поля. Это явление (дисперсия) будет рассмотрено в оптике. При длинных электромагнитных волнах ($\lambda > 1,5$ см) для воды действительно получается

$$n' \approx 9.$$

Волновое сопротивление диэлектрика получается равным.

$$Z = Z_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 377 \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \text{ Ом} = \frac{377}{n} \text{ Ом}.$$

Если среда обладает проводимостью, то решение уравнений Максвелла усложняется, так как возникает более или менее заметное поглощение волн. Для всех волн, длиннее инфракрасных, теория Максвелла хорошо совпадает с экспериментом.

При падении волны на границу раздела двух сред (под углом, равным нулю), как показывает теория, коэффициент отражения электрического поля (амплитудный) оказывается равным

$$\rho_e = \frac{E_{\text{м отр}}}{E_{\text{м пад}}} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{1 - \frac{n_2}{n_1}}{1 + \frac{n_2}{n_1}}. \quad (12.14)$$

Пусть первая среда — вакуум ($n_1=1$), вторая — диэлектрик и $n_2=1,5$. Тогда

$$\rho_e = \frac{1-n_2}{1+n_2} = -\frac{0,5}{2,5} = -0,2,$$

т. е. отражение довольно слабое. В этом можно убедиться на опыте, заставляя волну отражаться от слоя диэлектрика. Факт прохождения волны через диэлектрик легко показать, закрыв диэлектрическим листом выход передатчика, — прием при этом ослабевает очень незначительно. Рассматривая формально металл как диэлектрик с неопределенно большим ϵ (ведь электростатическое поле в металле отсутствует), получаем верный результат:

$$\rho_{e \text{ мет}} = -1,$$

т. е. металл создает практически полное отражение. Знак «—» означает, что фаза отраженной волны противоположна фазе падающей волны (потеря полуволны), поэтому на поверхности металла образуется узел электрического поля.

При отражении от металла меняет знак вектор \vec{E} и вектор скорости волны \vec{v} . Так как векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{v} должны образовывать правую тройку, то вектор напряженности магнитного поля не должен менять знак. Соотношение между E_m и H_m при отражении должно сохраниться, поэтому коэффициент отражения для магнитного вектора для металла равен:

$$\rho_m = -\rho_e = 1.$$

Кроме коэффициента отражения по амплитуде, часто пользуются коэффициентом отражения R (по энергии); он равен ρ^2 . Для диэлектрика при нормальном падении волны

$$R = \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2. \quad (12.15)$$

Укажем, наконец, что в бегущей волне, как это видно из (12.8), фазы электрического и магнитного полей в данной точке пространства одинаковы. Когда же при отражении возникает стоячая волна:

$$E_{\text{ст}} = E_m \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] - E_m \cos \left[\omega \left(t + \frac{z}{v} \right) \right] = 2E_m \sin \omega t \sin \frac{2\pi z}{\lambda}; \quad (12.16)$$

$$\begin{aligned} H_{\text{ст}} &= H_m \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] + H_m \cos \left[\omega \left(t + \frac{z}{v} \right) \right] = \\ &= 2H_m \cos \omega t \cos \left(\frac{2\pi z}{\lambda} \right) \left(\lambda = vT = \frac{2\pi}{\omega} v \right), \end{aligned}$$

то и в пространстве, и во времени фазы $E_{\text{ст}}$ и $H_{\text{ст}}$ сдвинуты на 90° . Поэтому среднее значение их произведения за период равно нулю: стоячая волна не переносит энергии — происходит лишь переход ее из пучностей электрического поля в пучности магнитного поля и обратно.

12.3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

Осуществление опытов со свободно бегущими электромагнитными волнами связано с трудностями: нужно исключить влияние окружающих предметов. Это влияние сказывается меньше, если волну заставить распространяться вдоль линии с равномерно распределенными индуктивностью и емкостью (кабель, двухпроводная линия). В принципе при этом не происходит ничего нового. Но практическая важность таких систем заставляет уделить им внимание.

Концентрический кабель (например, телевизионный), состоящий из центрального проводника радиусом ρ и металлической оболочки радиусом R , заполненный диэлектриком, является системой, защищенной от внешних влияний. Но внутри кабеля трудно экспериментально исследовать распределение полей. Поэтому рассмотрим более удобную для опытов (хотя и менее помехозащищенную) систему — двухпроводную линию, состоящую из двух длинных проводов диаметром 2ρ , расположенных на расстоянии $h > \rho$ друг от друга (рис. 12.2) в вакууме. Длина такой двухпроводной линии l много больше расстояния между проводами ($l \gg h$).

Если токи в проводах противоположны по направлению, то, как легко видеть, индукции их магнитных полей будут вычитаться во внешнем пространстве и складываться между проводами. Поэтому, если расстояние h не слишком велико, можно пренебречь полем во внешнем пространстве. То же касается и электрического поля — оно имеет заметную напряженность только между проводами. Таким образом, электромагнитная волна будет распространяться в основном между проводами, как бы «направляясь» ими. Поле будет распределено вдоль линии; каждой единице длины линии мы должны приписать некоторую единичную индуктивность и емкость (L_0, C_0). Проводимость проводов примем неограниченно большой (идеальный проводник, не поглощающий энергии).

Рассмотрим два сечения линии z и $z+dz$; напряжение между проводами и силу тока в первом сечении обозначим $u(z, t)$ и $i(z, t)$. Тогда во втором сечении они будут равны соответственно

$$u + \frac{\partial u}{\partial z} dz; \quad i + \frac{\partial i}{\partial z} dz.$$

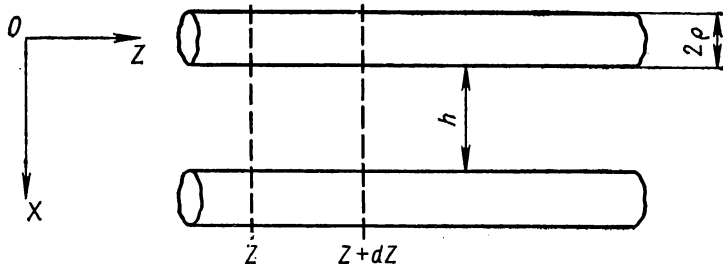


Рис. 12.2

Изменение разности потенциалов связано с возникновением ЭДС самоиндукции в рассматриваемом участке:

$$\frac{\partial u}{\partial z} dz = L_0 dz \frac{\partial i}{\partial t}.$$

Изменение силы тока связано с накоплением заряда и изменением разности потенциалов в емкости, присущей участку линии длиной dz :

$$-\frac{\partial i}{\partial z} dz = C_0 dz \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Сокращая на dz , получаем выражения, подобные уравнениям Максвелла, записанным ранее (см. 12.2):

$$-\frac{\partial i}{\partial z} = C_0 \frac{\partial u}{\partial t}; \quad -\frac{\partial u}{\partial z} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t}.$$

Вместо напряженности электрического поля \vec{E} здесь стоит разность потенциалов, связанная с \vec{E} . Вместо магнитной напряженности \vec{H} стоит связанная с нею сила тока i .

Производя математические преобразования, подобные преобразованиям, сделанным с уравнениями (12.2), получаем волновое уравнение для напряжения:

$$L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

и такое же уравнение для силы тока:

$$L_0 C_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 i}{\partial z^2}.$$

Решение может представлять бегущую волну напряжения:

$$u = U_m \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right], \quad \text{где } v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}. \quad (12.17)$$

Такое же выражение получится для волны силы тока:

$$i = I_m \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right].$$

Связь между U_m и I_m находим тем же способом, какой мы применяли для установления связи между E_m и H_m в § 12.1. Получаем:

$$U_m = Z I_m, \quad (12.18)$$

где Z — волновое сопротивление линии, равное

$$Z = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}. \quad (12.19)$$

Скорость распространения волн силы тока и напряжения одинакова:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}.$$

Для нахождения единичной емкости линии рассмотрим участок длиной z . Если провода заряжены разноименно, причем на выбранный участок приходится заряд Q , то разность потенциалов, считаемая по прямой, перпендикулярной осям проводов, равна

$$U = 2 \int_{\rho}^{h+\rho} E dx,$$

где напряженность поля на расстоянии x от оси заряженного провода (считаемого бесконечно длинным) равна

$$E = \frac{Q}{z \cdot 2\pi\epsilon_0 x}.$$

Вычисляя, находим:

$$U = \frac{Q}{z\pi\epsilon_0} \ln \frac{h+\rho}{\rho} = \frac{Q}{C_0 z}.$$

Отсюда получается единичная емкость:

$$C_0 = \pi\epsilon_0 \frac{1}{\ln \frac{h+\rho}{\rho}} \approx \pi\epsilon_0 \frac{1}{\ln \frac{h}{\rho}}. \quad (12.20)$$

Найдем теперь магнитный поток, пронизывающий площадь между проводами (для отрезка линии длиной z). Он равен:

$$\Phi = 2\mu_0 \int_{\rho}^{h+\rho} zH dx,$$

где H — напряженность магнитного поля бесконечно длинного провода, обтекаемого током I , на расстоянии x от его оси;

$$H = \frac{I}{2\pi x}.$$

Таким образом, получаем:

$$\Phi = \frac{\mu_0}{\pi} Iz \ln \frac{h+\rho}{\rho} = L_0 z I$$

и для единичной индуктивности находим:

$$L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{h+\rho}{\rho} \approx \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{h}{\rho}. \quad (12.21)$$

Здесь не учтена индуктивность L_i , обусловленная магнитным полем внутри проводов, так как $L_i \ll L_0$.

Скорость распространения волны вдоль линии (см. 12.17) оказывается равной

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c. \quad (12.22)$$

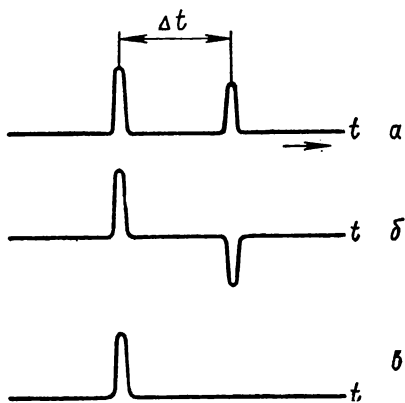
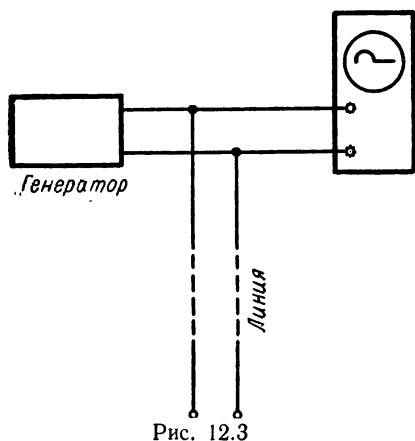


Рис. 12.4

Она совпадает со скоростью света. Волновое сопротивление линии зависит от ее размеров:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{\pi} \ln \frac{h}{\rho} = 120 \ln \frac{h}{\rho} \text{ Ом.} \quad (12.23)$$

Постоянство скорости в линиях с различными C_0 и L_0 понятно: при изменении расстояния между проводами обе величины меняются в одно и то же число раз, но в противоположном отношении: одна из величин, например емкость, увеличивается при сближении проводов, а другая — индуктивность — уменьшается, так как уменьшается площадь между проводами.

Этой замечательной особенностью ($v=c$) обладают и другие симметричные однородные линии, а также уединенный прямолинейный провод.

Заполним пространство между проводами линии диэлектриком, тогда емкость возрастет (индуктивность не изменится, так как у всех диэлектриков $\mu \approx 1$); следовательно, скорость распространения волны уменьшится и составит

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}.$$

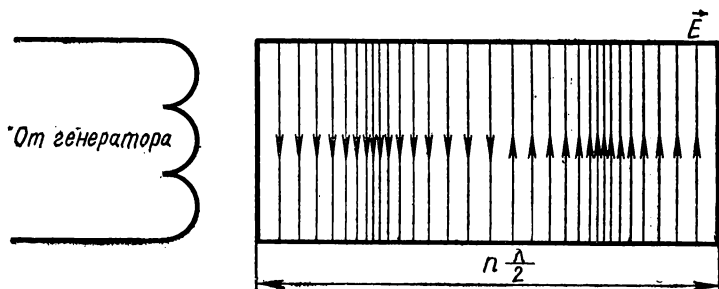


Рис. 12,5

Меняя конфигурацию проводов, можно увеличивать их емкость C_0 и индуктивность L_0 и таким образом замедлять электромагнитную волну. Так, если провод свернуть в катушку, у которой витки плотно прилегают друг к другу, то, кроме уже знакомого нам возрастания индуктивности, заметно увеличивается емкость между витками. Поэтому если провод достаточно тонок, то скорость распространения волны вдоль оси катушки уменьшается.

Если в линии (кабеле) длиной в несколько десятков метров возбуждать электромагнитные короткие импульсы, длящиеся, например, $\tau \approx 10^{-8}$ с и разделенные паузами, имеющими продолжительность, например, $t \approx 10^{-6}$ с, то импульс, движущийся со скоростью, составляющей десятые доли скорости света (кабель заполнен диэлектриком с $n > 1$), успеет за время t достичь конца кабеля и отразиться обратно. Поэтому, присоединив начало кабеля и генератор к входу осциллографа (рис. 12.3), мы можем на его экране получить изображение начального импульса напряжения (слева) и отраженного (справа); по расстоянию между ними, зная скорость горизонтального перемещения электронного пучка, можно найти время запаздывания импульса Δt . При удлинении кабеля это время растет, что легко видеть на опыте. Кроме того, оказывается, что при отражении импульса от разомкнутого конца кабеля отраженный импульс (рис. 12.4, а) сохраняет знак (в формуле 12.14, пригодной и для кабеля, нужно положить $Z_2 \rightarrow \infty$). Если кабель замкнуть накоротко ($Z_2 = 0$), то отраженный импульс (рис. 12.4, б) меняет знак. Если кабель замкнуть на «согласованную нагрузку» ($Z_2 = Z_1$, см. уравнение 12.14), то отраженный импульс (рис. 12.4, в) исчезает: вся энергия поглощается в нагрузке. Это согласование всегда стараются осуществить на практике.

Возбуждая двухпроводную линию высокочастотным генератором (рис. 12.5) и регулируя ее длину, можно настроить линию в резонанс и получить в ней сильные колебания. У закороченного конца линии получается узел напряжения и пучность силы тока (можно сказать: узел напряженности электрического поля и пучность индукции магнитного поля). Узлы напряжения (напряжение можно контролировать с помощью небольшого диполя, помещенного между проводами линии) расположены на расстоянии полуволны друг от друга, посредине между ними располагаются узлы индукции магнитного поля (их обнаруживают витком).

В коротко замкнутой с обоих концов линии резонансные колебания возбуждятся при условии,

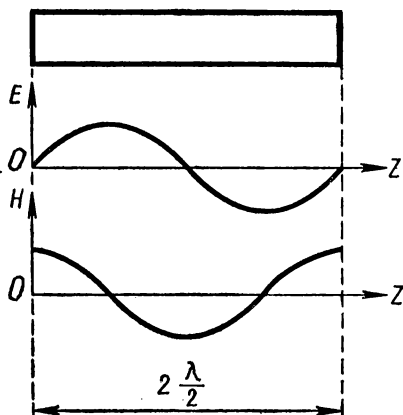


Рис. 12,6

что длина линии равна целому числу полувольт (четному числу $\frac{\lambda}{4}$, см. рис. 12.6). На рисунке 12.5 выбрано $n=2$.

Если линия с одного конца замкнута, с другого — разомкнута, то резонансные колебания возникнут при условии, что длина линии равна нечетному числу четвертей волны.

В линии, замкнутой на согласованное сопротивление, резонансные явления не могут возникнуть ни при каких значениях длины линии, так как при этом отсутствует отражение от согласованной нагрузки.

Наконец, если линия замкнута на произвольное сопротивление (не равное волновому), одновременно имеет место и поглощение, и частичное отражение волн. Поэтому в линии одновременно существуют и бегущая, и стоячая волны; напряжение в узлах отлично от нуля.

В линии, погруженной в жидкий диэлектрик, длина волны сокращается в $\sqrt{\epsilon}$ раз (глубина погружения должна быть не меньше длины волны в диэлектрике).

Если проводить в согласованной линии достаточно точные измерения, то можно заметить, что показания индикаторов уменьшаются по мере удаления от начала линии (от точек подключения ее к генератору), так как энергия волны частично поглощается в металле. Этот процесс описывается законом

$$W = W_0 \exp(-kz), \quad (12.24)$$

где W_0 — энергия в начале линии, k — коэффициент поглощения.

Каким же образом распространяется энергия от источника к месту ее потребления?

Рассмотрим для простоты расчета бесконечно длинную линию, один из проводов которой показан на рисунке 12.7. Пусть участок провода длиной dz обтекается током плотностью \vec{j} ; диаметр провода

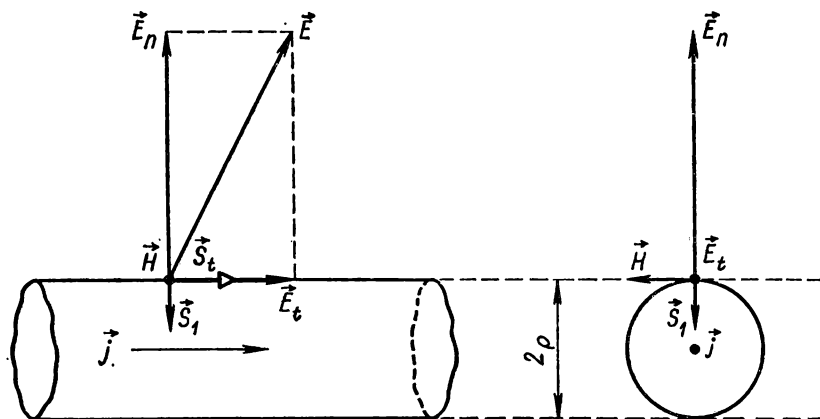


Рис. 12.7

равен 2ρ . Линии магнитной напряженности у поверхности провода направлены по касательной к нему; модуль вектора магнитной напряженности равен

$$|\vec{H}| = \frac{I}{2\pi\rho}.$$

Линии электрической напряженности наклонны к поверхности проводника, и вектор \vec{E} можно разложить на нормальную \vec{E}_n и касательную \vec{E}_t составляющие. Вектор \vec{E}_n имеет разрыв на поверхности, так как провод покрыт поверхностным зарядом (рисунок выполнен для положительного заряда). Вектор \vec{E}_t непрерывен на границе раздела и постоянен по всему сечению проводника (мы пренебрегаем возможностью проявления поверхностного эффекта, см. § 7.3). Поток мощности, определяемый вектором Умова — Пойнтинга

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}],$$

можно разложить на две составляющие: касательную, определяющую поток энергии вне провода вдоль его поверхности:

$$\vec{S}_t = [\vec{E}_n\vec{H}],$$

и радиальную, направленную внутрь провода:

$$\vec{S}_r = [\vec{E}_t\vec{H}].$$

Через боковую поверхность отрезка провода длиной dz проникает полная мощность:

$$dP = S_t \cdot 2\pi\rho dz = E_t \frac{I}{2\pi\rho} 2\pi\rho dz = I du_z,$$

где du_z — разность потенциалов на концах отрезка длиной dz . Мы пришли к следующему результату: вычисленная полная поглощенная мощность совпала с поглощаемой мощностью, вычисленной ранее (см. § 2.1), что, конечно, и должно быть.

На рисунке 12.8 изображена приблизительная картина распределения линий вектора Умова — Пойнтинга вокруг цепи, состоящей из кругового провода и источника ЭДС стороннего происхождения. В месте нахождения ЭДС линии вектора выходят из источника во внешнее пространство. Цепь заземлена в

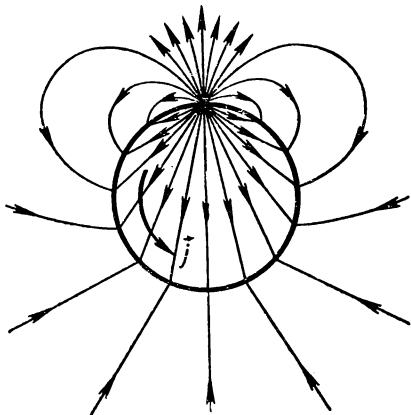


Рис. 12.8

точке, диаметрально противоположной источнику. Направление вектора плотности тока \vec{j} в проводе показано стрелкой.

Таким образом, энергия электромагнитного поля распространяется не внутри провода, а в окружающем пространстве. Роль провода — потребителя энергии — сводится в основном к направлению внешнего потока мощности. Но внутри провода нет осевой составляющей потока мощности.

12.4. ДИПОЛЬНЫЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ

Вообразим двухпроводную линию, разомкнутую с одного конца, настроенную в резонанс и питаемую источником незатухающих колебаний. В линии образуется стоячая электромагнитная волна. Мгновенное распределение электрического поля в линии изображено на рисунке 12.9, а. Начнем развешивать концы линии (длиной $\frac{\lambda}{4}$ каждый). Распределение поля при этом изменяется (рис. 12.9, б). Когда мы разведем концы на 90° от их исходного положения, получится прямолинейный диполь, питаемый в середине (рис. 12.9, в). Длина диполя равна практически половине длины волны (полуволновой диполь); создаваемое диполем электрическое поле будет окружать его симметрично со всех сторон. Магнитное поле, окружающее диполь, имеет линии напряженности, лежащие в плоскостях, перпендикулярных оси диполя. Такие полуволновые диполи широко применяются в телевидении, где используются метровыми волнами.

Если среднюю плоскость, пересекающую диполь, заменить реальной проводящей плоскостью, то распределение поля над ней не изменится. Такие заземленные антенны применяются при радиосвязи на волнах, длина которых превышает 10—12 м.

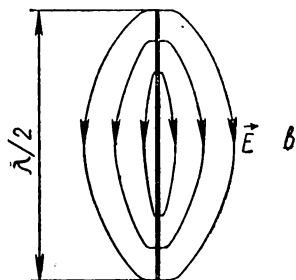
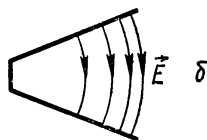
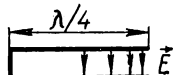


Рис. 12.9

Если диполь питается генератором высокочастотных колебаний, то создаваемое им электромагнитное поле излучается в окружающее пространство, теряя непосредственную связь с диполем, — например, в некоторый момент поле у диполя исчезает, а в окружающем пространстве оно существует. С течением времени поле распространяется все дальше и дальше.

Герц показал, что в «волновой зоне» (на расстояниях от диполя, превышающих длину волны) амплитуда электрического поля определяется выражением

$$E_m \sim \frac{I_m}{R} \frac{l}{\lambda} \sin \theta, \quad (12.25)$$

где θ — угол между осью диполя и направлением в рассматриваемую точку, λ — дли-

на волны излучения, R — расстояние от диполя (длиной l) до рассматриваемой точки, I_m — амплитуда силы тока в диполе. Стоячая волна силы тока в диполе описывается уравнением

$$i = I_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$$

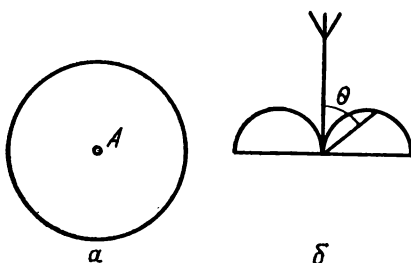


Рис. 12.10

(начало координат совмещено с серединой полуволнового диполя). В этом можно убедиться при помощи маленьких ламп накаливания, включенных в середине и у концов полуволнового диполя. При резонансных колебаниях диполя ярко горит первая лампа, а вторая практически не светится.

Уравнение (12.25) справедливо и для поля, излучаемого четвертьволновым заземленным диполем, расположенным вертикально относительно поверхности Земли (которую можно считать плоской). Начало координат при этом совпадает с заземленным концом диполя.

На рисунке 12.10 изображены диаграммы направленности четвертьволнового диполя: a — горизонтальная (для плоскости Земли) и b — вертикальная (для плоскости, содержащей диполь). Наибольшая напряженность принята за единицу. Длина радиус-вектора в некотором направлении пропорциональна напряженности; концы радиус-векторов, не показанных на рисунке, соединены непрерывной кривой.

В горизонтальной плоскости диполь дает «всенаправленное» излучение, одинаковое во все стороны. В вертикальной плоскости излучение полностью отсутствует вдоль оси диполя и достигает максимума в плоскости, перпендикулярной оси.

Следует иметь в виду, что такой же вид имеет и диаграмма направленности приема: диполь лучше всего реагирует на поле, вектор электрической напряженности которого параллелен его оси, и совсем не реагирует на поле с напряженностью, перпендикулярной оси, что легко проверить на опыте, зондируя поле излучающего диполя другим прямолинейным (полуволновым) диполем.

Фаза поля, описываемого уравнением (12.25), запаздывает (относительно изменений поля в непосредственной близости к диполу) на $\omega \frac{R}{c}$, так как волна распространяется со скоростью c .

На рисунках 12.11 и 12.12 изображены «мгновенные фотографии» распределения электрического и магнитного полей, излучаемых четвертьволновым заземленным диполем S . Оба поля существуют совместно. Излучаемые поля теряют непосредственную связь с излучателем и начинают самостоятельное существование. В этом и заключается сущность процесса излучения.

Для изменения диаграммы направленности (что бывает нужно в практике радиосвязи) возбуждают сразу несколько антенн, опре-

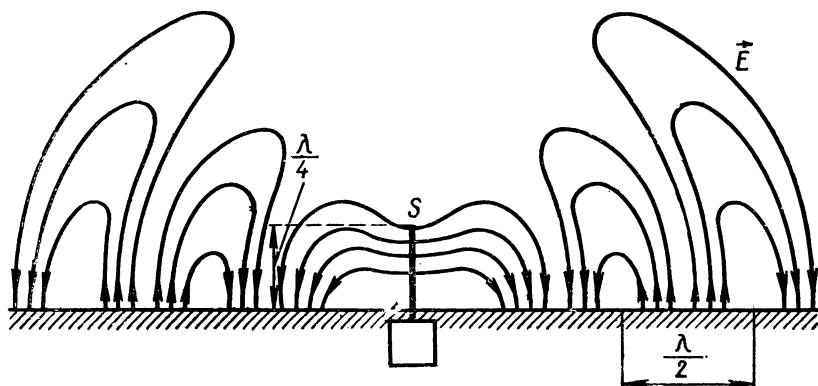


Рис. 12.11

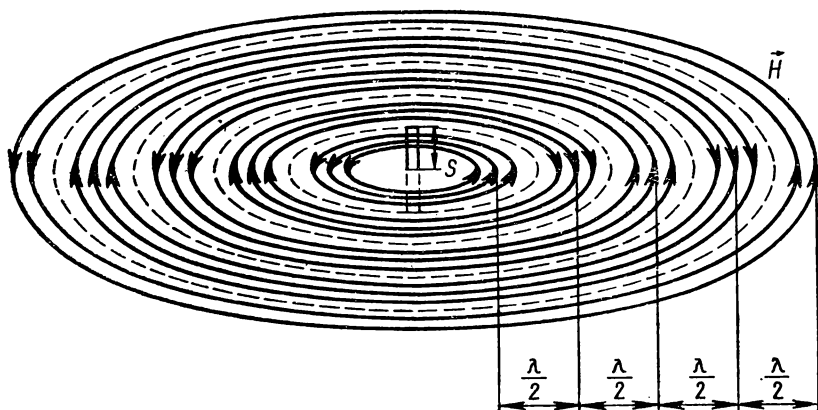


Рис. 12.12

деленным образом расположенных в пространстве. В результате наложения излучаемых ими полей удастся ослабить суммарное поле в одних направлениях за счет заметного усиления его в других направлениях. Применяемые для этого антенны, естественно, оказываются сложными сооружениями.

Весьма примечательно, что напряженность поля излучения убывает с расстоянием медленно (как первая степень расстояния) и что она пропорциональна силе тока и частоте колебаний (обратно пропорциональна длине волны). Поэтому заметное поле излучения можно получить только на высоких частотах.

Мощность излучения (пропорциональная квадрату напряженности поля) оказывается пропорциональной квадрату силы тока в антенне и квадрату частоты. Эту мощность можно формально описать уравнением

$$P = R_{\text{изл}} I^2,$$

где $R_{\text{изл}} \sim \omega^2$ — «сопротивление излучения», зависящее от геометрии антенны и частоты колебаний; для простых антенн $R_{\text{изл}}$ составляет десятки омов.

В теоретической физике излучение характеризуют не силой тока, а колеблющимся зарядом, создающим этот ток. Так как сила тока есть производная по времени от заряда, то получается, что излучение пропорционально четвертой степени частоты и квадрату заряда (при гармонических колебаниях).

В земных условиях волны, излучаемые антеннами, распространяются в атмосфере, верхние слои которой содержат заметное число заряженных частиц и не могут считаться диэлектрическими слоями. Это осложняет условия распространения. В частности, длинные и средние волны (длиной в километры и сотни или десятки метров) сильно поглощаются или отражаются верхними слоями атмосферы (ионосферой), а поэтому не могут проникнуть сквозь нее. Из-за присутствия ионосферы только достаточно короткие волны (дециметровые и короче) пригодны для связи с космическими кораблями и из космоса до нас доходят только эти волны.

Для целей наземной радиосвязи, телевидения и радиолокации теперь применяются волны, длины которых приходятся на диапазон от 10^3 до 10^{-2} м.

12.5. ИЗЛУЧЕНИЕ ВОЛН ДВИЖУЩИМИСЯ ЗАРЯДАМИ

В заключение кратко остановимся на излучении движущихся заряженных частиц. В § 9.4 было выяснено, что поле равномерно движущегося заряда движется вместе с ним не деформируясь; никакого излучения при этом не происходит.

Если же заряд движется ускоренно, то он должен излучать, так как возникающие при ускорении изменения поля распространяются (по крайней мере, в вакууме) со скоростью, превышающей скорость заряда.

Наибольший интерес представляет излучение колеблющегося заряда.

Рассмотрим элементарный диполь с электрическим моментом

$$p = p_m \sin \omega t = q l_m \sin \omega t. \quad (12.26)$$

Он может представлять колеблющийся электрон в простейшей модели атома; заряд электрона равен q , амплитуда колебаний — l_m .

Можно показать, что средняя мощность излучения такого элементарного диполя равна

$$\bar{P} = 10^{-8} \frac{\mu_0}{36\pi} \omega^4 p_m^2. \quad (12.27)$$

Убыль энергии диполя за время dt составляет

$$-dW = \bar{P} dt.$$

Допустив, что при прохождении через положение равновесия элек-

трон обладает только кинетической энергией

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 l_m^2 \quad (12.28)$$

и что затухание колебаний приводит к уменьшению амплитуды колебаний (заряд, конечно, не меняется):

$$l_m = l_0 \exp(-\alpha t),$$

получаем закон убывания энергии:

$$dW = -2\alpha W dt.$$

Следовательно,

$$2\alpha W = \bar{P}$$

и коэффициент затухания равен

$$\alpha = \frac{\bar{P}}{2W}.$$

Время уменьшения амплитуды в e раз составляет

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = nT = n \frac{2\pi}{\omega},$$

где n — число колебаний.

Принимая $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $l_0 = 2,5 \cdot 10^{-10}$ м, $m = 10^{-30}$ кг, $\omega = 4 \cdot 10^{15}$ с $^{-1}$ (зеленый свет), находим:

$$\alpha = 4,5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}, \quad \tau = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ с}. \quad (12.29)$$

За время τ электрон совершит число колебаний, равное

$$n = \frac{\omega \tau}{2\pi} = 1,4 \cdot 10^7. \quad (12.30)$$

Добротность такой колебательной системы есть

$$Q = \pi n = 4,4 \cdot 10^7,$$

что на несколько порядков превосходит добротность систем, применяемых в радиосвязи.

Энергия системы (начальная) равна

$$W_0 = 5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}, \quad (12.31)$$

и мощность излучения (в начале процесса) составляет

$$P_0 = 4,6 \cdot 10^{-11} \text{ Вт}. \quad (12.32)$$

Эти данные пригодятся нам при рассмотрении некоторых оптических вопросов.

Классическая электродинамика и электромагнитная оптика уменьшение интенсивности излучения макроскопического излучателя объясняют одновременным уменьшением амплитуды колебаний всех его элементарных излучателей; это уменьшение происходит в течение всего времени затухания процесса.

Несколько забегаая вперед, отметим здесь, что в квантовой физике, где излучение отдельных микроизлучателей рассматривается как практически мгновенный процесс отдачи излучателем своей избыточной энергии (кванта энергии), вышеуказанная картина заменяется другой: излучатели теряют энергию не одновременно, но число их со временем убывает, что и приводит к уменьшению интенсивности излучения со временем.

Количественные результаты при этом иногда остаются прежними; физическая же картина процесса существенно отличается от классической.

Подобная двойственность трактовки свойств света при его излучении (а также при поглощении в веществе), как будет показано в следующих разделах курса, встречается очень часто. Но это свидетельствует не о «двойственности» свойств излучения, а о двойственности (или «противоречивости») наших представлений о природе света, эта двойственность обусловлена несовершенством нашего мышления.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ

Заряд электрона	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Электрон-вольт	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
Число Фарадея	$9,6 \cdot 10^4$ Кл/моль
Удельный заряд электрона	$1,8 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Электрическая постоянная вакуума	$8,9 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная вакуума	$1,3 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Скорость света в вакууме	$3,0 \cdot 10^8$ м/с
Число Авогадро	$6,0 \cdot 10^{23}$ л/моль
Объем 1 моль газа при нормальных условиях	0,022 м ³ /моль
Газовая постоянная	8,3 Дж/(моль·К)
Гравитационная постоянная	$6,7 \cdot 10^{-11}$ Н·м ² /кг ²
Нормальное ускорение свободного падения	9,8 м/с ²
Число секунд в году	$3,2 \cdot 10^7$ с/год
Угловая скорость вращения Земли вокруг оси	$7,3 \cdot 10^{-5}$ с ⁻¹
Угловая скорость обращения Земли вокруг Солнца	$2,0 \cdot 10^{-7}$ с ⁻¹
Среднее расстояние Земли от Солнца	$1,5 \cdot 10^{11}$ м
Среднее расстояние Земли от Луны	$3,9 \cdot 10^8$ м или 60 земных радиусов
Средний радиус Земли	$6,4 \cdot 10^6$ м
Объем Земли	$1,1 \cdot 10^{21}$ м ³
Масса Земли	$6,0 \cdot 10^{24}$ кг
Средняя плотность Земли	5500 кг/м ³
Средняя плотность поверхностных слоев Земли	2700 кг/м ³

ТАБЛИЦА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН

Величина		Единица	
Наименование	Обозначение	Наименование	Обозначение
Сила электрического тока (с ¹)	I, i	ампер (основная единица СИ)	А
Электрический заряд (с)	Q, q	кулон	Кл
Плотность тока (в ¹)	j	ампер на квадратный метр	А/м ²
Поверхностная плотность электрического заряда (с)	σ	кулон на квадратный метр	Кл/м ²
Поляризованность (в)	P	кулон на квадратный метр	Кл/м ²
Электрический момент диполя (в)	p	кулон-метр	Кл·м
Поток электрического смещения (с)	Φ_e	кулон	Кл
Электрическое смещение (в)	D	кулон на квадратный метр	Кл/м ²
Электрическое напряжение (с)	U, u	вольт	В
Электрический потенциал (с)	Φ		
Электродвижущая сила (с)	\mathcal{E}		
Напряженность электрического поля (в)	E	вольт на метр	В/м
Электрическая емкость (с)	C	фарад	Ф
Электрическая постоянная (с)	ϵ_0	фарад на метр	Ф/м
Относительная диэлектрическая проницаемость (с)	ϵ	—	—
Электрическое сопротивление (с)	R, r	ом	Ом
Удельное сопротивление (с)	ρ	ом-метр	Ом·м
Электрическая проводимость (с)	G	сименс	См
Удельная электрическая проводимость (с)	γ	сименс на метр	См/м
Магнитный поток (с)	Φ	вебер	Вб
Магнитная индукция (в)	B	тесла	Тл
Напряженность магнитного поля (в)	H	ампер на метр	А/м
Магнитный момент электрического тока (в)	p_m	ампер-квадратный метр	А·м ²
Индуктивность (с)	L	генри	Гн
Взаимная индуктивность (с)	M	генри	Гн
Магнитная постоянная (с)	μ_0	генри на метр	Гн/м
Относительная магнитная проницаемость (с)	μ	—	—
Намагниченность (в)	J	ампер на метр	А/м
Вектор Умова—Пойнтинга (в)	S	ватт на квадратный метр	Вт/м ²

¹ Буквы «с» и «в» обозначают соответственно «скаляр» и «вектор».

ПРЕДМЕТНО-ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Автоколебания 187
Ампер А. 79
Ампер (единица силы тока) 6, 36, 94
Бетатрон 127
Вебер (единица магнитного потока) 85
Волна плоско поляризованная 199
Волновая поверхность 200
Вольт (единица напряжения) 18
Время релаксации (постоянная времени) 117
Генри (единица индуктивности) 110
Герц Г. 151
Гистерезис 33, 142
Глубина проникновения 126
Действующее (эффективное) значение напряжения 168
— — — силы тока 168
Диамagnetик 134
Диполь 8
— , электрический момент 9
Диэлектрик 4
Дырка 76
Закон Ампера 80
— Био—Савара—Лапласа 87
— Джоуля—Ленца 41
— Кулона 5
— Максвелла 203
— Малюса 201
— Ома 37, 39
— — обобщенный 47
— полного тока 91, 92, 153
— сохранения электрического заряда 5, 155
— Фарадея (для электролиза) 61
— — (закон электромагнитной индукции) 120, 153
Изолятор 4
Индуктивность 109
Индукционная катушка 127
Индукция магнитная 80
— электромагнитная 119
— электростатическая 24
Источник тока 45
Кирхгоф Г. 50
Конденсатор 25
Коэффициент взаимной индукции 110
Крутизна 189
Кулон Ш. 5
Кулон (единица заряда) 6
Лаплас П. 86
Лебедев П. Н. 201
Лоренц Х. 98
Луч 200
Лучи анодные 71
— катодные 70
Магнетон Бора 141
Магнитная восприимчивость 132
— индукция 80
Магнитный момент 83
— поток 84
Магнитогидродинамический эффект 106
Магнитопровод 111
Максвелл Дж. 149
Масс-спектрометр 99
Мостик Уитстона 51
Намагниченность 131
Напряжение 37
Напряженность магнитного поля 90
— электростатического поля 6
Ом Г. 37
Ом (единица сопротивления) 37
Относительная диэлектрическая проницаемость 6
— магнитная проницаемость 131
Падение напряжения 37, 46
Парамагнетик 134
Плазма 71
Плоскость колебаний 199
— поляризации 199
Плотность заряда линейная 12
— — поверхностная 11, 13
— тока 38
Поверхностный эффект 126
Поверхность эквипотенциальная 18

Подвижность 40
Показатель преломления 203
Поле безвихревое 18
— магнитное 80
— — вихревое 86
— однородное 14
— стороннее 121
— электростатическое 4
Полупроводник 4
Поляризация 30
Поляризованность 31
Постоянная Планка 141
Потенциал 17
Потенциометр 52
Потокоцепление 85
Правила Кирхгофа 50
Правило буравчика 81
— левой руки 81
— Ленца 120
— правой руки 124
Проводимость 37
— дырочная (акцепторная) 77
— примесная 77
— удельная 38
Проводник 4
Пьезоэлектрический эффект 34

Разряд 65
— несамостоятельный 67
— самостоятельный 69
Резонанс 175
— параллельный 177
— последовательный 174

Сила Лоренца 98
— тока 36
Сименс (единица электрической про-
водимости) 38
Система автоколебательная 187
— замкнутая 5
Смещение электрическое 14

Сопротивление 37
— волновое 185
— полное (импеданс) 171
— реактивное 171
— удельное 38
Спин 141

Температура Кюри 134
Теорема Ирншоу 11
— Остроградского — Гаусса 10, 153
— Стокса 154
Тесла (единица магнитной индукции) 80
Ток 36
— переменный 167
— смещения 149
Трансформатор 180

Уитстон Ч. 51
Уравнения Максвелла 154

Фарад (единица емкости) 25
Ферромагнетик 134

Характеристика вольт-амперная 37
— p — n -перехода 78
— сеточная 188

Цепь стационарная 158
Циркуляция вектора напряженности 18

Частота Лармора 138
— циклотронная 103
Число Фарадея

Электреты 34
Электрическая восприимчивость 31
— емкость 25
— постоянная вакуума 6
Электродвижущая сила 45
Электромагнит 112
Эффект Холла 106

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Электростатика	4
1.1. Электризация. Закон сохранения электрического заряда . .	—
1.2. Закон Кулона. Вектор напряженности электростатического поля	5
1.3. Теорема Остроградского — Гаусса и ее применение для расчета полей. Вектор электрического смещения	10
1.4. Электрон. Опыт Милликаена	15
1.5. Потенциал электростатического поля. Разность потенциалов	17
1.6. Потенциалы некоторых полей. Энергия электростатического поля	19
1.7. Распределение заряда на проводнике	21
1.8. Конденсатор. Емкость	25
1.9. Диэлектрики в электростатическом поле. Электрическое смещение и поляризованность	27
Глава 2. Постоянный электрический ток	36
2.1. Электрический ток. Закон Ома	—
2.2. Электропроводимость. Закон Джоуля — Ленца	39
2.3. Последовательное и параллельное соединение проводников. Температурный коэффициент электропроводимости	41
2.4. Источники тока. ЭДС. Закон Ома для замкнутой неразветвленной цепи	44
2.5. Правила Кирхгофа и примеры их применения	50
Глава 3. Природа электропроводимости	56
3.1. Электропроводимость металлов	—
3.2. Электропроводимость жидкостей	60
3.3. Химические источники тока	64
3.4. Электропроводимость газов, плазма	65
3.5. Ток в вакууме. Электронные лампы	71
3.6. Электропроводимость полупроводников	75
Глава 4. Электромагнетизм	79
4.1. Закон Ампера. Индукция магнитного поля	—
4.2. Контур с током в магнитном поле	82
4.3. Работа силы Ампера. Магнитный поток	84
4.4. Вихревой характер магнитной индукции. Закон Био — Савара — Лапласа	86
4.5. Напряженность магнитного поля. Закон полного тока . . .	90
4.6. Некоторые приложения основных законов электромагнетизма	92
4.7. Электроизмерительные приборы	96
Глава 5. Сила Лоренца и ее проявления	98
5.1. Сила Лоренца	—

	5.2. Масс-спектрометры	99
	5.3. Ускорители заряженных частиц	101
	5.4. Особенности движения заряженных частиц в магнитном поле	104
	5.5. Магнитогидродинамический эффект и эффект Холла	106
Глава	6. Энергия магнитного поля. Электромагниты	109
	6.1. Плотность энергии магнитного поля. Индуктивность	—
	6.2. Взаимная индукция	110
	6.3. Магнитная энергия контура с током	111
	6.4. Электромагниты. Магнитное поле Земли	112
	6.5. Установление тока в цепи с индуктивностью	116
Глава	7. Электромагнитная индукция	119
	7.1. Открытие Фарадея	—
	7.2. ЭДС индукции и индукционный ток	121
	7.3. Физический смысл ЭДС индукции	125
	7.4. Применение закона Фарадея	—
	7.5. Работа силы Ампера	129
Глава	8. Магнитные свойства вещества	131
	8.1. Магнитное поле в веществе. Магнитные проницаемость и восприимчивость	—
	8.2. Виды намагничивания	134
	8.3. Элементарная теория диамагнетизма	136
	8.4. Элементарная теория парамагнетизма	139
	8.5. Природа ферромагнетизма	141
	8.6. Магнитные методы изучения строения вещества	148
Глава	9. Теория Максвелла	149
	9.1. Ток смещения	—
	9.2. Уравнения Максвелла	152
	9.3. Роль уравнений Максвелла и границы их применимости	157
	9.4. Относительность понятий об электрическом и магнитном поле	159
Глава	10. Квазистационарные электрические системы (цепи переменного тока)	167
	10.1. Сопротивление в цепи переменного тока	—
	10.2. Индуктивность в цепи переменного тока	169
	10.3. Емкость в цепи переменного тока	172
	10.4. Последовательный контур	173
	10.5. Параллельный контур	176
	10.6. Передача электроэнергии. Трансформаторы	179
	10.7. Электромеханические аналогии	182
Глава	11. Электромагнитные колебания	184
	11.1. Собственные колебания	—
	11.2. Автоколебания. Ламповый генератор незатухающих колебаний	187
	11.3. Принципы радиосвязи	192
Глава	12. Электромагнитные волны	197
	12.1. Волновое уравнение. Электромагнитные волны	—
	12.2. Экспериментальная проверка волновой теории. Отражение волн. Стоячие волны	201
	12.3. Электромагнитные волны в двухпроводной линии	205
	12.4. Дипольные излучатели	212
	12.5. Излучение волн движущимися зарядами	215
Приложение	218
Предметно-именной указатель	220

Гершензон Евгений Михайлович
Малов Николай Николаевич

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Редактор *В. А. Обмнина*
Переплет *В. Ф. Соболева*
Художественный редактор *В. М. Прокофьев*
Технический редактор *В. Ф. Коскина*
Корректор *Т. А. Кузнецова*

ИБ № 4447

Сдано в набор 23.01.80. Подписано к печати 12.06.80. 60×90¹/₁₆. Бумага типографская № 2. Гарнитура «Литературная». Печать высокая. Усл. печ. л. 14,0+форзац 0,25. Уч.-изд. л. 13,18+форзац 0,42. Тираж 47 000 экз. Заказ № 3516. Цена 75 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано с матриц ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени Первой Образцовой типографии имени А. А. Жданова Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли в типографии им. Смирнова Смолблуправления издательств, полиграфии и книжной торговли, г. Смоленск, пр. им. Ю. Гагарина, 2.

